

Definiciones: conjuntos, grafos, y árboles

Agustín J. González

ELO 320: Estructura de Datos y
Algoritmos. 2002

Conjuntos (sets) y Grafos (graphs)

- Un **Conjunto** es una colección de objetos distintos.
- No hay diferencia con lo ya aprendido en teoría de conjuntos en matemáticas.

- Grafos: los hay de dos “sabores” grafos dirigidos y grafos no dirigidos.
- Un **Grafo Dirigido** (o digrafo) G es un par (V,E) , donde V es un conjunto finito y E es una relación binaria sobre V . Es decir, E es un subconjunto del producto cartesiano $V \times V$.
- V es llamado el conjunto de vértices de G , y cada elemento es llamado vértice.
- E es llamado el conjunto de arcos de G , y cada elemento es llamado arco.
- En un grafo dirigido es posible tener arcos apuntando al mismo nodo de salida (u,v) , con $u=v$.

- Un **Grafo No Dirigido** $G=(V,E)$ de arcos E consiste de pares no ordenados. Es decir un arco es un conjunto $\{u, v\}$. Se acostumbra anotar (u,v) en lugar de $\{u,v\}$; (u,v) y (v,u) son considerados el mismo arco.
- No hay arcos al mismo nodo en un grafo no dirigido. $u \neq v$.

Otras definiciones en grafos

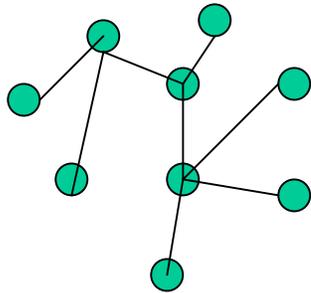
- **Camino de largo k** desde un vértice u a otro u' es la secuencia $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ de vértices tal que $u = v_0$, $u' = v_k$, y (v_{i-1}, v_i) pertenece a E para $i = 1, 2, \dots, k$.
- **Camino simple** si todos los vértices son distintos en el camino.
- **Ciclo en grafo dirigido:** es un camino $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ tiene $v_0 = v_k$ y el camino contiene al menos un arco.
- **Ciclo en grafo no dirigido:** es un camino de largo tres o más que conecta un vértice con el mismo.
- Un **ciclo es simple** si v_1, v_2, \dots, v_k son distintos.
- Grafo acíclico es aquel que no tiene ciclos

Definiciones en grafos (Cont)

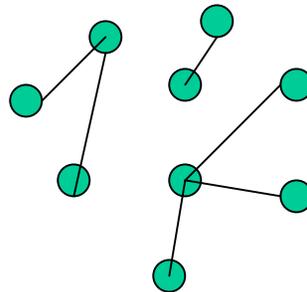
- Un Grafo no dirigido es *conexo* si cada par de vértices están conectados por un camino.
- Las *componentes conexas* de un grafo son las clases de equivalencia bajo la relación “es alcanzable”. En otras palabras, son los conjuntos de vértices alcanzables entre si.
- Un grafo dirigido es *fuertemente conexo* si cada par de nodos es alcanzable de uno al otro.
- Las *componentes fuertemente conexas* de un grafo dirigido, son los conjuntos de vértices mutuamente alcanzables.
- *Foresta*: grafo no dirigido y acíclico
- *Arbol libre*: grafo no dirigido, acíclico, y conexo.
- “Dag”: grafo acíclico dirigido (**d**irected **a**cyclic **g**raph)

Árboles

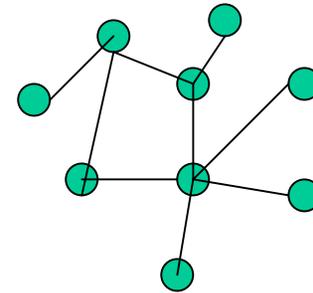
- **Árbol libre:** es un grafo no dirigido acíclico conexo.
- **Foresta:** es menos restrictivo, es un grafo no dirigido acíclico. Es decir da la posibilidad que sea desconexo.



Árbol libre



Foresta



Ni árbol ni foresta, sólo un grafo

- **Árbol con raíz:** es un árbol libre en el cual un vértice se distingue del resto. Este vértice es la raíz.
- **Nodo:** es el término usado para referirse a un vértice de un árbol con raíz.

Árboles: más conceptos

- **Ancestro:** cualquier nodo en el camino a la raíz de un nodo x es el ancestro de x .
- **Descendiente :** si y es un ancestro de x , x es un descendiente de y .
- Si x es un descendiente de y con $x \neq y$, x es un **descendiente propio** de y
- Análogamente podemos definir un **ancestro propio**.
- Si (x,y) es el último arco en el camino desde la raíz hacia y , entonces x es el **padre** de y e y es el **hijo** de x . La raíz es el único nodo sin padre.
- Si dos nodos tienen el mismo padre son **hermanos**
- Un nodo sin hijos es un **nodo externo** u **hoja**.
- Los nodos no hojas son **nodos internos**.
- El largo del camino desde la raíz a un nodo x es la **profundidad** de x .
- La profundidad más grande de cualquier nodo del árbol T es la **altura** de T .
- **Árbol binario:** e Un árbol binario T es una estructura definida sobre un conjunto finito de nodos que cumple:
 - no contiene nodos (árbol vacío o nulo).
 - Está compuesta de tres conjuntos disjuntos: un nodo raíz, un árbol binario llamado sub-árbol izquierdo, y un árbol binario llamado sub-árbol derecho.
- **Hijo izquierdo / hijo derecho:** la raíz del sub-árbol izquierdo / derecho
- ¿Cuántos nodos posee un árbol binario de altura h ?

Altura de un árbol

- La altura de un árbol es el largo del mayor camino de la raíz a una hoja.
- Dado un camino $\langle v_0, v_1, v_2, \dots, v_k \rangle$ el largo de este camino es k .
- Por lo cual el largo de un camino es igual al número de arcos del camino.

