

# Conceptos de Señales

*ELO 313 –Procesamiento Digital de Señales con Aplicaciones  
Primer semestre - 2012*



Matías Zañartu, Ph.D.

Departamento de Electrónica

Universidad Técnica Federico Santa María

# Conceptos de Señales

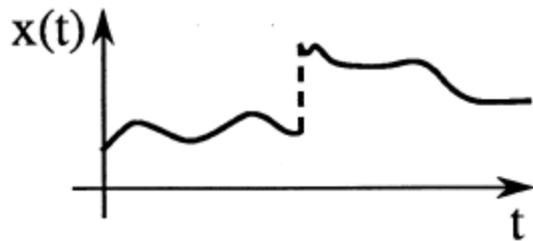
Propiedades y Tipos de Señales

# Propiedades de Señales

3

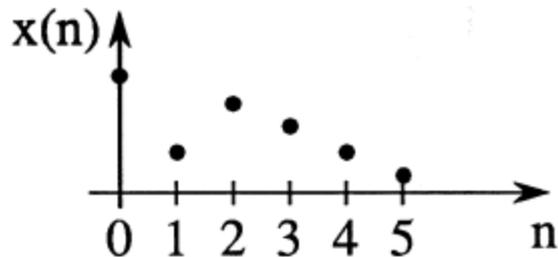
## □ Señal

- Parámetro que varía en el tiempo, espacio u otra(s) variable(s)
- Matemáticamente: función de una o más variables independientes
- Tipos, propiedades y clasificaciones de señales:
  - Tiempo continuo, Tiempo discreto, Digitales
  - Determinísticas, Estocásticas
  - Un canal, Multi-canal
  - Unidimensionales, Multidimensionales
  - Duración Finita o Infinita
  - Periódicas, Aperiódicas, Cuasi-periódicas
  - Soporte izquierdo, derecho, doble
  - Acotadas, No Acotadas
  - Estables, Inestables



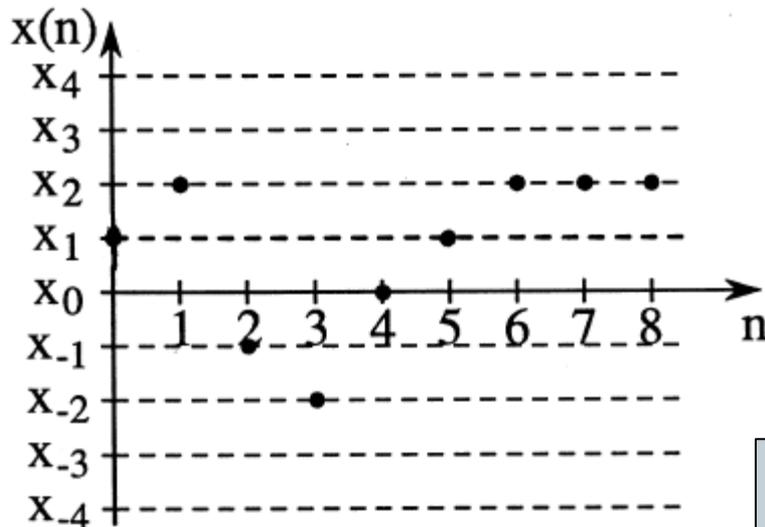
### Señal en Tiempo Continuo:

No necesariamente debe ser continua en amplitud



### Señal en Tiempo Discreto:

La señal no está definida entre muestras. El índice  $n$  para las muestras sólo toma valores enteros

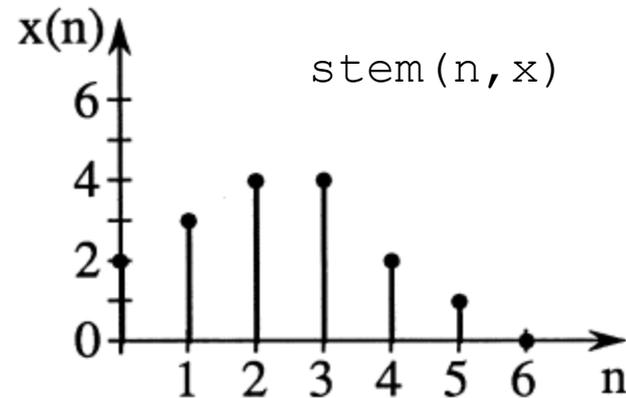
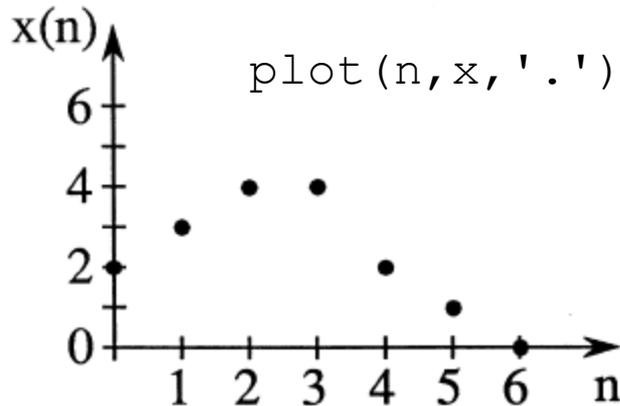


### Señal Digital:

Tiempo discreto y amplitud discreta. Los niveles de amplitud no siempre están uniformemente distribuidos

**OBS:** Trabajamos con señales digitales, pero la teoría es para tiempo discreto

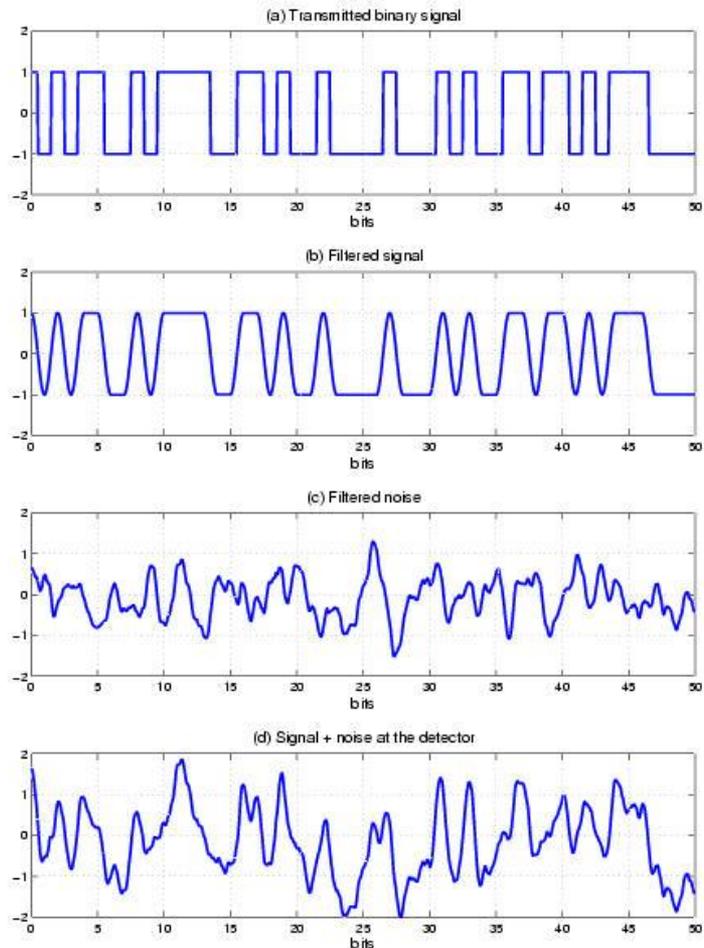
## Representaciones equivalentes



n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	2	3	4	4	2	1	0

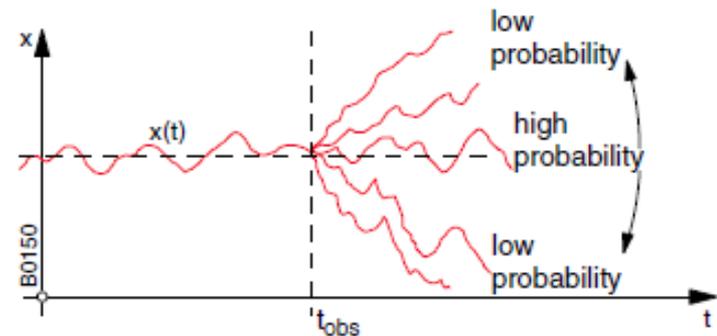
- Notación:  $x[n] = x(n) = x_n$
- Es importante diferenciar entre plot y stem en MATLAB
- ¿Qué produce plot(n, x)? ¿Qué problema genera esto?
- ¿Qué produce plot(x) para esta señal?

# Determinísticas vs. Estocásticas



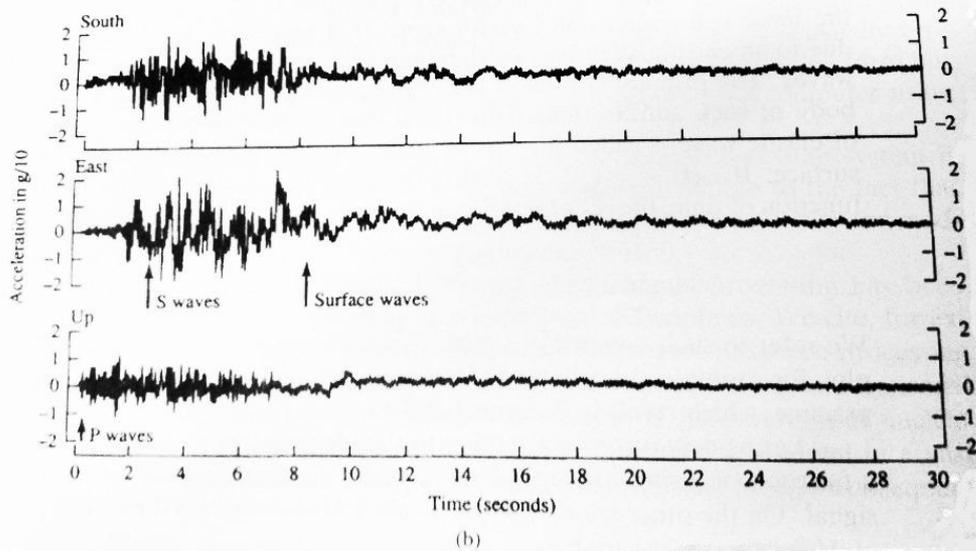
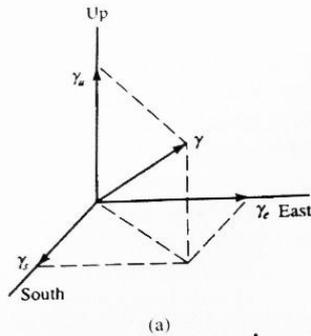
Señal + Ruido = Señal estocástica

- **Señales Determinísticas:** Pueden ser especificadas completamente para cualquier instante de tiempo mediante funciones o sistemas de ecuaciones
- **Señales Estocásticas:** Toman valores aleatorios y sólo se pueden caracterizar estadísticamente
- Las señales en condiciones de operación real son estocásticas



Predicción de señales estocásticas

# Multidimensión vs. Multicanal

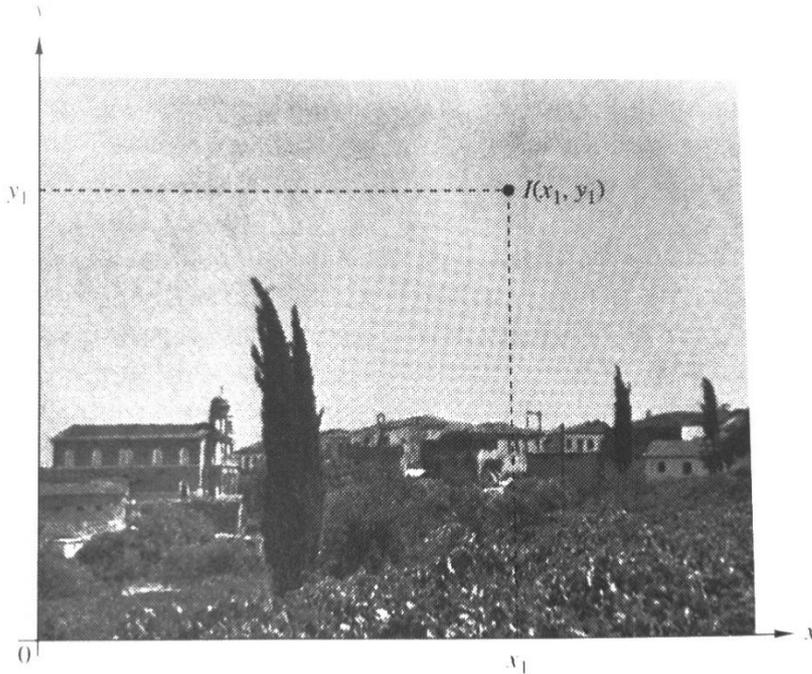


- **Dimensión:** Número de variables independientes
- **Canal:** Número de componentes de la señal
- Las señales pueden tener más de un canal y una sola dimensión

**1D 3C:**

Acelerómetro de tres ejes  
(amplitud en cada eje vs. tiempo)

# Multidimensión vs. Multicanal

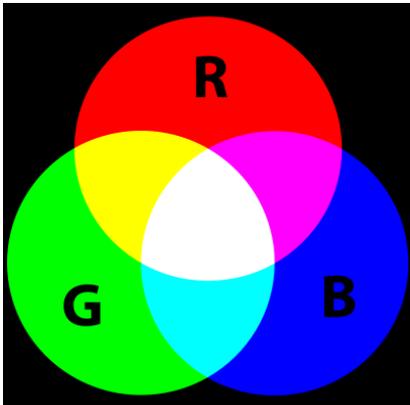


Las señales pueden tener más de un canal y más de una dimensión

**2D1C:** Imágenes monocromáticas:  $I(x, y)$

**2D3C:** Imágenes color:  $\mathbf{I}(x, y) = \begin{bmatrix} I_r(x, y) \\ I_g(x, y) \\ I_b(x, y) \end{bmatrix}$

**3D3C:** Video color:  $\mathbf{I}(x, y, t)$



- **Base Color RGB:** 3 componentes se superponen en forma aditiva
- ¿Es la única forma de crear colores? ¿Cómo funcionan las impresoras y los pigmentos?

## Periodicidad de una señal

### Señal periódica:

- $x[n]$  es periódica con período  $N > 0 \Leftrightarrow x[n] = x[n + N] \forall n$
- El valor menor de  $N$  donde esto se cumple se llama **período fundamental**
- Cuando una señal cumple con esto se le llama **completamente periódica**

### Señal aperiódica:

- Señales que no tienen repeticiones definidas
- Matemáticamente se definen como periódicas de período  $\infty$

### Señal cuasi-periódica:

- $x[n]$  es cuasi-periódica si  $0 < |x[n] - x[n + N]| < \varepsilon \forall n$  (según Bohr)
- Existen otras definiciones se basan en principios de convergencia
- **Jitter:** Variaciones en período, amplitud o fase
- Existen múltiples formulas de definir y medir jitter en una señal

¿Cuál es el caso más común en señales obtenidas en mediciones?

## Periodicidad de una señal



**Ejemplo auditivo en MATLAB:  
Señal de voz sintetizada**

## Duración o largo de una señal

### Señal finita:

- Definición típica: Aquellas en que  $x[n] \neq 0$  para  $N_1 \leq n \leq N_2$
- En realidad:  $x[n] = 0$  para  $N_1 > n > N_2$
- Una señal finita puede ser representada como una señal infinita multiplicada por una ventana rectangular

### Señal infinita:

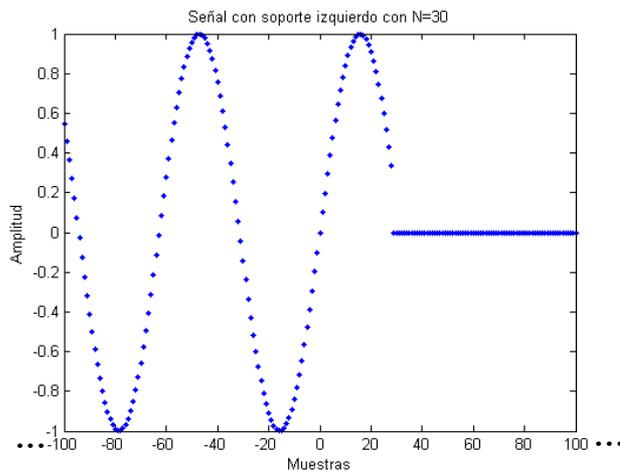
- Son aquellas en que  $x[n] \neq 0$  para  $-\infty \leq n \leq \infty$
- Expresiones analíticas o señales de larga duración con respecto a la escala

¿Cuál es la relación entre multiplicación y convolución en sus relaciones de tiempo y frecuencia?

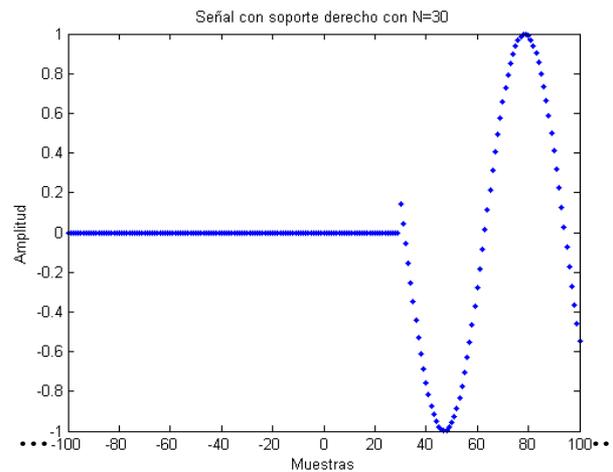
# Soporte izquierdo, derecho, doble

- El concepto de soporte es sólo para señales **INFINITAS**
  - Soporte: Porción de una señal infinita donde  $x[n] \neq 0$
- Soporte izquierdo:** Si existe un  $N$  tal que  $x[n] \neq 0$  para  $n \leq N$
- Soporte derecho:** Si existe un  $N$  tal que  $x[n] \neq 0$  para  $n \geq N$
- Soporte doble:** Aquellas que no tienen soporte izquierdo ni derecho

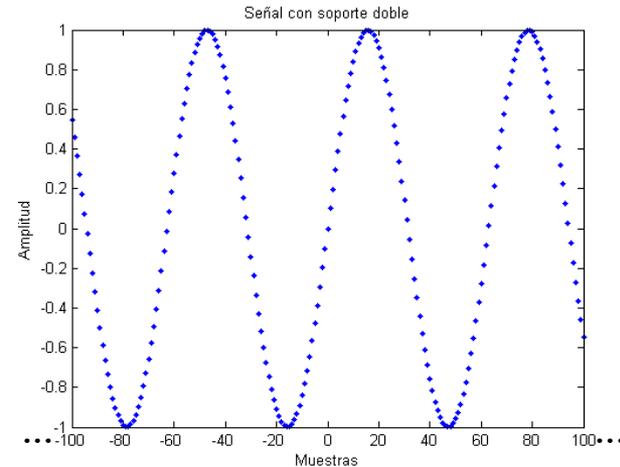
**Señal causal:** Una señal con soporte derecho donde  $N=0$  (puede ser finita)



Soporte  
izquierdo



Soporte  
derecho



Soporte  
doble

# Otras Propiedades de Señales Discretas

13

## □ Señales Acotadas

- Existe un valor  $M$  para todo  $n \in \mathbb{Z}$  de modo que  $|x[n]| \leq M$
- Las señales **No Acotadas** no cumplen esta propiedad
- ¿Ejemplos?

## □ Señales Estables

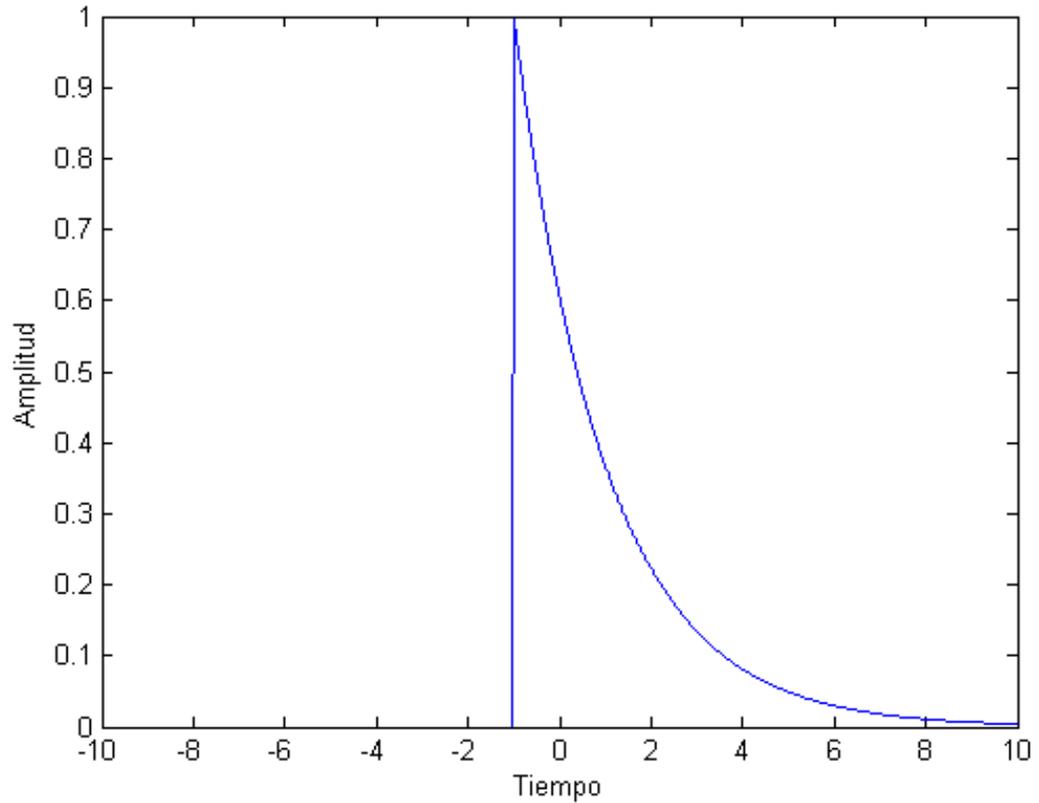
- Se cumple que la suma  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| \leq \infty$
- También se les llama señales absolutamente sumables
- Las señales **Inestables** no cumplen esta propiedad

# Ejemplos

¿Qué puede decir al respecto de esta señal?

**Caso 1:**

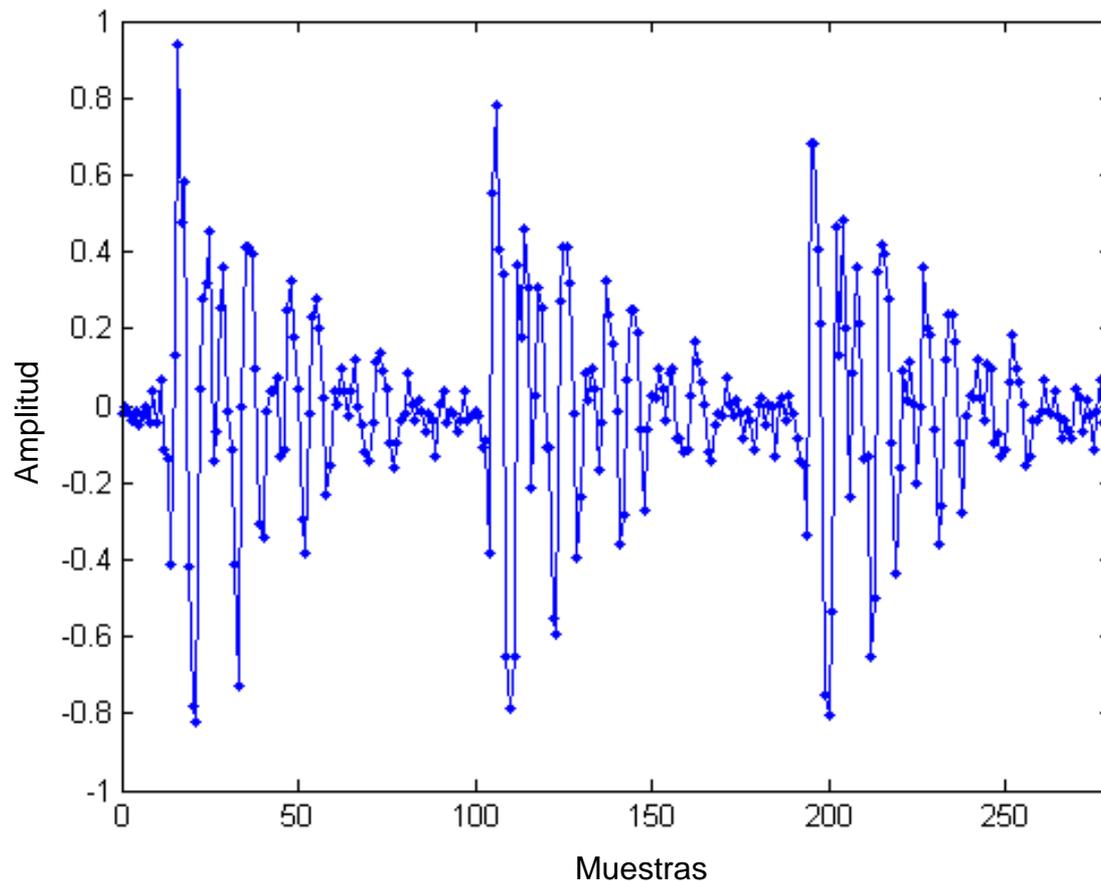
$$x(t) = \begin{cases} e^{-(t+1)/2}, & t > -1 \\ 0, & t < -1 \end{cases}$$



# Ejemplos

¿Qué puede decir al respecto de esta señal?

**Caso 2:**  
Grabación con  
un micrófono de  
una vocal /a/



# Métricas Comunes para Señales Discretas

16

## □ Energía

- $E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$

## □ Potencia

- $P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2$

- Si tiene período  $N$ ,  $P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=-n_o}^{n_o+N-1} |x[n]|^2$  para cualquier tiempo  $n_o$

## □ Valor cuadrático medio (RMS)

- $x_{RMS} = \sqrt{P_x}$

## □ Magnitud

- $M_x = \max(|x[n]|)$

## □ Valor medio

- $\bar{x} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n]$

# Ejemplos

- 1) ¿Qué puede decir al respecto de esta señal?
- 2) Calcule:  $E_x$ ,  $P_x$ ,  $x_{RMS}$ ,  $M_x$ ,  $\bar{x}$

**Caso 3:**

$$x[n] = A \cos(n\pi/4)$$

