Simulación del Movimiento de una Masa Sometida a una Fuerza Externa

Sea una masa M , constante, sometida a una fuerza neta $\vec{f}$ no necesariamente constante. Tenemos:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{x}}{dt}$$

$$\vec{a}=\frac{\vec{f}}{M}=\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{j}=\frac{d\vec{a}}{dt}$$

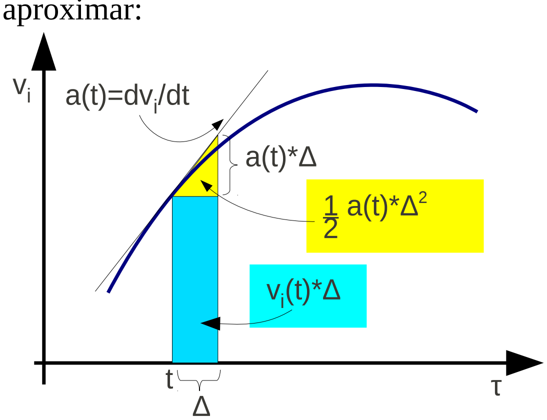
Luego podemos calcular:

$$\vec{x}(t+\Delta)-\vec{x}(t)=\int_{t}^{t+\Delta}\vec{v}(\tau)d\tau$$

$$\vec{v}(t+\Delta)-\vec{v}(t)=\int_{t}^{t+\Delta}\vec{a}(\tau)d\tau$$

$$\vec{j}(t)=\frac{d\vec{a}}{dt}$$

Para Δ pequeños podemos aproximar:



$$\vec{x}(t+\Delta)-\vec{x}(t)=\left(\int_{t}^{t+\Delta}\vec{v}(\tau)d\tau\right)\approx\vec{v}(t)*\Delta+\frac{1}{2}\vec{a}(t)*\Delta^{2}$$

Análogamente:

$$\vec{v}(t+\Delta)-\vec{v}(t)=\left(\int_{t}^{t+\Delta}\vec{a}(\tau)d\tau\right)\approx\vec{a}(t)*\Delta+\frac{1}{2}\frac{d\vec{a}}{dt}(t)*\Delta^{2}=\vec{a}(t)*\Delta+\frac{1}{2}\vec{j}(t)*\Delta^{2}$$

Como no disponemos de $\vec{j}(t)$ lo aproximaremos a partir de los valores de $\vec{a}(t)$ y $\vec{a}(t-\Delta)$, así:

$$\vec{v}(t+\Delta)-\vec{v}(t)\approx\vec{a}(t)*\Delta+\frac{1}{2}\left(\frac{\vec{a}(t)-\vec{a}(t-\Delta)}{\Delta}\right)*\Delta^{2}=\vec{a}(t)*\Delta+\frac{1}{2}\left(\vec{a}(t)-\vec{a}(t-\Delta)\right)*\Delta$$

Así podemos hacer nuestra simulación usando:

$$\vec{a}(t)=\frac{1}{M}\vec{f}(t)$$

$$\vec{x}(t+\Delta)\approx\vec{x}(t)+\vec{v}(t)*\Delta+\frac{1}{2}\vec{a}(t_{0})*\Delta^{2}$$

$$\vec{v}(t+\Delta)\approx\vec{v}(t)+\vec{a}(t)*\Delta+\frac{1}{2}\left(\vec{a}(t)-\vec{a}(t-\Delta)\right)*\Delta$$