

Arquitecturas Alternativas para el Control de Procesos

Eduardo Silva*

22 de marzo de 2012

1. Introducción

Este escrito resume ideas elementales acerca del control de sistemas dinámicos usando arquitecturas que van más allá de un esquema de control con un grado de libertad. El escrito supone que Ud.:

- Sabe invertir, en forma aproximada, sistemas lineales en lazo abierto.
- Conoce el esquema de control estándar de la Figura 1.
- Conoce y entiende las condiciones bajo las cuales el lazo de la Figura 1 es internamente estable, está bien definido, y puede seguir las referencias apropiadamente (esto implica saber lidiar con errores en el modelo, perturbaciones, ruido de medición, etc.)
- Conoce y sabe utilizar métodos básicos para el ajuste de controladores. (Ajuste de controladores PID, elección de funciones de sensibilidad, ajuste de controladores por asignación de polos, etc.)

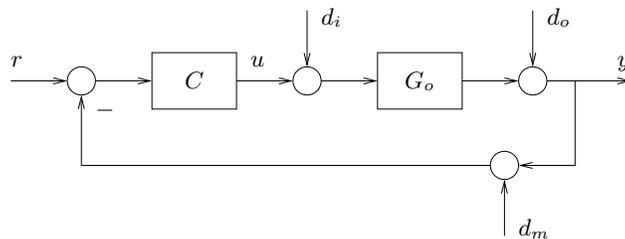


Figura 1: Esquema de control estándar.

2. Prealimentación de la referencia

Para motivar esta estrategia de control, considere el ejemplo siguiente:

Example 1 Considere un proceso modelado por medio de la función de transferencia

$$G_o(s) = \frac{1}{s+4}. \quad (1)$$

Suponga que este proceso debe ser controlado de modo de seguir una referencia $r(t) = K_1 + K_2 \sin(3t)$, en presencia de ruido de medición de frecuencia mayor a $\omega = 2[\text{rad/s}]$.

Claramente, un lazo estándar no es útil en este caso: Éste debería ser tal que su función de sensibilidad complementaria tuviese, simultáneamente, un ancho de banda menor a $2[\text{rad/s}]$ y mayor a $3[\text{rad/s}]$. ■

*Departamento de Electrónica, Universidad Técnica Federico Santa María, Casilla 110, Valparaíso, Chile. E-mail: eduardo.silva@usm.cl.

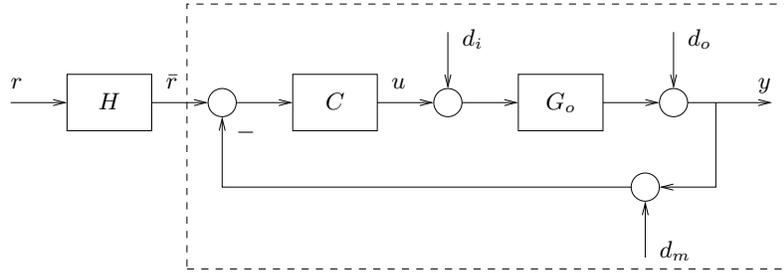


Figura 2: Esquema de control con prealimentación de la referencia.

La dificultad que surge en el ejemplo anterior tiene su origen en que, en un lazo estándar, el ruido y la referencia afectan a la salida a través de la misma función de transferencia T_o . Una solución elemental al problema anterior, pasa por modificar el lazo de control de modo que el ruido y la referencia afecten a la salida a través de funciones de transferencia distintas. Una posible solución se ilustra en la Figura 2.

En el esquema de control de la Figura 2, el ruido afecta a la salida a través de la función de sensibilidad complementaria T_o del lazo de control encerrado en el cuadro segmentado. Sin embargo, la referencia afecta a la salida a través de la conexión en cascada de H y dicha función. Note que las funciones de transferencia entre perturbaciones y ruido de medición, y la salida del lazo, no se ven afectadas por la elección de H y sólo dependen (en la forma usual) del controlador C y la planta G_o .

Puede probarse fácilmente (hágalo, es un muy buen ejercicio) que:

- El sistema de control de la Figura 2 está bien definido si y sólo si el lazo encerrado en el marco segmentado está bien definido y $\text{grel}\{H(s)\} \geq 0$.
- El sistema de control de la Figura 2 es internamente estable si sólo si el lazo encerrado en el marco segmentado es internamente estable y H es estable.
- La elección del controlador C puede hacerse en la forma usual considerando para ello las perturbaciones, errores de modelo, ruido de medición, etc., pero *sin* considerar explícitamente la referencia (note que siempre es recomendable incluir integración en el lazo). La referencia se considera a la hora de elegir H .
- El filtro H debe invertir a T_o (i.e., a la función de transferencia entre \bar{r} e y) en las frecuencias en que la referencia es significativa.

Example 2 Considere el Ejemplo 1. Basados en la discusión precedente, consideraremos el esquema de control de la Figura 2.

- **Elección del controlador C :** Como la planta es estable y no posee ceros fuera de la región de estabilidad, basta que T_o sea estable para garantizar que el lazo (encerrado por el cuadro segmentado en la Figura 2) sea internamente estable. Además, debe tenerse que $\text{grel}\{T_o\} \geq \text{grel}\{G_o\} = 1$ para que el lazo en cuestión esté bien definido. Por lo tanto, una elección razonable para T_o es

$$T_o(s) = \frac{G_o C}{1 + G_o C} = \frac{0.5}{(s + 0.5)(s + 1)}, \quad (2)$$

donde se ha considerado que el ancho de banda de T_o debe ser menor a $2[\text{rad/s}]$ para eliminar el ruido de medición. (Note que $T_o(0) = 1$.) La elección hecha para T_o implica que el controlador está dado por

$$C(s) = \frac{T_o(s)}{G_o(s)(1 - T_o(s))} = \frac{0.5(s + 4)}{s(s + 1.5)}. \quad (3)$$

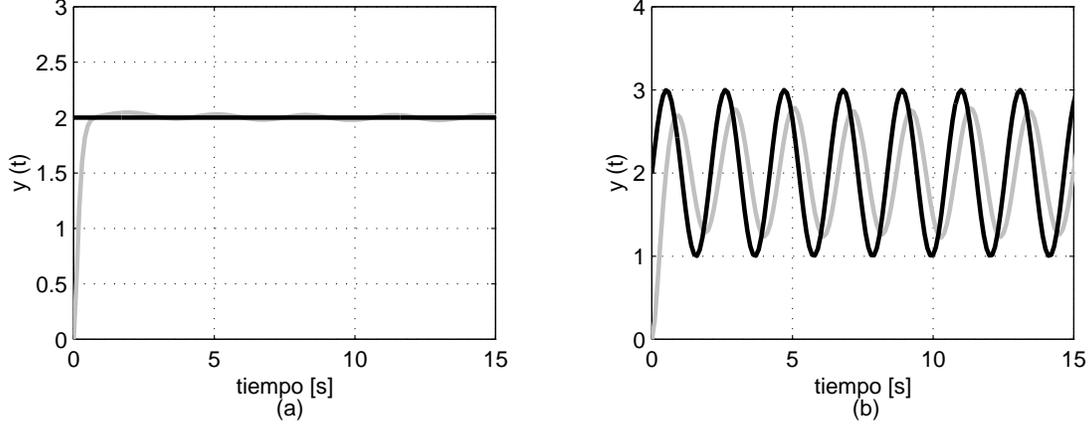


Figura 3: Respuesta del sistema de control propuesto en el Ejemplo 2 con $d_m(t) = 0.2\sin(2t)$ (negro: referencias, gris: respuesta): (a) referencia $r(t) = 2$, (b) referencia $r(t) = 2 + \sin(3t)$.

- **Elección del prefiltro de la referencia H :** H debe ser estable, propio e invertir a T_o en las frecuencias de la referencia, es decir, para $\omega \leq 3[\text{rad/s}]$. Por lo tanto, una elección razonable para H es

$$H(s) = \frac{30(s+0.5)(s+1)}{0.5(s+5)(s+6)}. \quad (4)$$

Con esta elección, la función de transferencia entre la referencia r y la salida y está dada por

$$H(s)T_o(s) = \frac{30}{(s+5)(s+6)}, \quad (5)$$

función que posee un ancho de banda mayor a $3[\text{rad/s}]$, tal como se exigía.

Para evaluar la elección de parámetros anterior, se simuló el sistema de control resultante considerando varias referencias y ruido $d_m(t) = 0.2\sin(2t)$. Los resultados se entregan en la Figura 3, donde se observa una compensación razonable del ruido y un seguimiento aproximado de la referencia. ν (Éste podría ser mejorado extendiendo el ancho de banda de HT_o a expensas, obviamente, de actuaciones más vigorosas.) ■

Note que, aún cuando el ancho de banda del lazo que relaciona \bar{r} con y en la Figura 2 puede hacerse muy estrecho, esto no evitará que la actuación sea muy vigorosa si se elige H de modo que HT_o tenga un ancho de banda mucho mayor que el de la planta G_o . Lo anterior se justifica en que, en el esquema de control de la Figura 2, la relación entre la referencia r y la actuación u está dada por

$$u = S_{u_o} H r = \frac{T_o H}{G_o} r. \quad (6)$$

Si el ancho de banda de HT_o es mucho mayor que el ancho de banda de la planta, entonces, necesariamente, la función de transferencia entre la referencia y la actuación tendrá una muy alta ganancia en alta frecuencia (lo que implica actuaciones vigorosas).

Example 3 Considere el Ejemplo 2 y las funciones T_o y H allí elegidas. En la Figura 4(a) se grafica la actuación u en el sistema de control resultante. Note que ésta es suave y que en ningún momento supera el máximo que alcanza en estado estacionario.

Considere ahora la misma función de sensibilidad complementaria del Ejemplo 2, pero suponga que

$$H(s) = \frac{500(s+0.5)(s+1)}{0.5(s+20)(s+25)}. \quad (7)$$

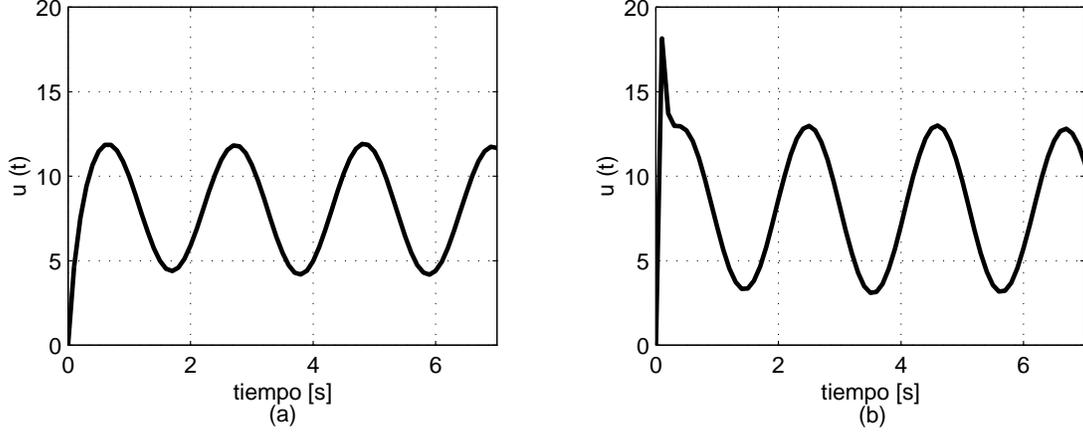


Figura 4: Actuaciones en los lazos propuestos en el Ejemplo 3 cuando (a) se usan los parámetros del Ejemplo 2 y (b) cuando se usan parámetros tales que HT_o posee un ancho de banda mayor que el de la planta (en ambos casos se considera ruido $d_m(t) = 0.2\sin(2t)$ y referencia $r(t) = 2 + \sin(3t)$).

Con esta elección para H , la función de transferencia HT_o posee un ancho de banda igual a $20[\text{rad/s}]$ (mucho mayor que el ancho de banda de la planta; aprox. $4[\text{rad/s}]$). La actuación del lazo resultante se aprecia en la Figura 4(b). Es evidente que, en este caso, la actuación es mucho más vigorosa que en el caso considerado en la Figura 4(a).■

3. Prealimentación de la perturbación

Para motivar esta estrategia de control, considere el ejemplo siguiente:

Example 4 Suponga que una planta puede modelarse por medio de la función de transferencia

$$G_o(s) = \frac{1}{s+4}. \quad (8)$$

Suponga que debe compensarse una perturbación de salida $d_o(t) = K_1 + K_2\sin(3t)$, en presencia de ruido de medición de frecuencia mayor a $\omega = 2[\text{rad/s}]$.

Claramente, un lazo estándar no es útil en este caso: Éste debería ser tal que su función de sensibilidad complementaria tuviese, a la vez, un ancho de banda menor a $2[\text{rad/s}]$ y mayor a $3[\text{rad/s}]$ (así $S_o(j\omega) \approx 0$ en las frecuencias de la perturbación).■

El problema que surge en el ejemplo anterior se debe a que, en un lazo estándar, la función de transferencia entre el ruido de medición y la salida, y la función de transferencia entre la perturbación de salida y la salida, son complementarias, i.e., $T_o = 1 - S_o$. Por lo tanto, T_o debe tener una respuesta en frecuencia aproximadamente unitaria en las frecuencias en que las perturbaciones poseen energía. Esto implica que que no podrá eliminarse ruido de medición de frecuencias que coincidan con las de las perturbaciones. Un modo de solucionar este problema es modificar el lazo de modo que la compensación de perturbaciones no dependa (exclusivamente) de la sensibilidad S_o .

Considere el esquema de control de la Figura 5. En este esquema de control, la función de transferencia entre el ruido de medición d_m y la referencia r , y la salida de planta y , es igual a T_o (como es lo usual). Sin embargo, la perturbación de salida d_o no afecta a la salida del modo usual. De hecho, eligiendo F en forma apropiada, puede lograrse que la compensación de la perturbación d_o sea (aproximadamente) independiente de la elección del controlador C . Note que la estrategia de control de la Figura 5 sólo puede utilizarse en los casos en que las perturbaciones sean medibles.

Puede probarse fácilmente (hágalo, es un muy buen ejercicio) que:

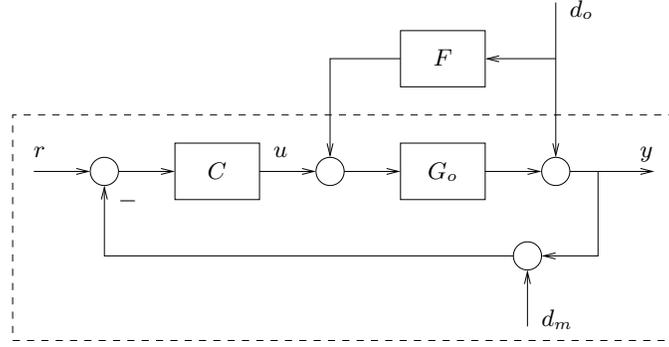


Figura 5: Esquema de control con prealimentación de la perturbación.

- El sistema de control de la Figura 5 está bien definido si y sólo si el lazo encerrado en el cuadro segmentado está bien definido y $\text{grel}\{F\} \geq 0$.
- El sistema de control de la Figura 5 es internamente estable si sólo si el lazo encerrado el cuadro segmentado es internamente estable y F es estable.
- El controlador C puede elegirse en la forma usual, considerando las descripciones disponibles para la referencia, el ruido de medición, aquellas perturbaciones no medibles, los errores de modelado, etc., *sin* considerar explícitamente la perturbación d_o . La perturbación d_o se considera a la hora de elegir F .
- Elija F de modo que $FG_o \approx -1$ en las frecuencias de la perturbación d_o . De este modo, el efecto de la perturbación puede atenuarse significativamente sin recurrir al lazo (i.e., con independencia del controlador C).

Example 5 Considere el Ejemplo 4. Basados en la discusión precedente, consideraremos el esquema de control de la Figura 5.

- **Elección del controlador C :** Como la planta es estable y no posee ceros fuera de la región de estabilidad, basta elegir una función de sensibilidad complementaria T_o estable para garantizar que el lazo (encerrado en el cuadro segmentado) sea internamente estable. Además, $\text{grel}\{T_o\} \geq \text{grel}\{G_o\} = 1$ garantiza que el lazo está bien definido. Por lo tanto, una elección razonable para T_o es

$$T_o(s) = \frac{0.5}{(s + 0.5)(s + 1)} \quad (9)$$

donde se han considerado las descripciones para d_o y d_m dadas en el ejemplo Ejemplo 4. (Note que $T_o(0) = 1$). La elección hecha para T_o implica que el controlador está dado por

$$C(s) = \frac{T_o(s)}{G_o(s)(1 - T_o(s))} = \frac{0.5(s + 4)}{s(s + 1.5)} \quad (10)$$

Note que el desarrollo anterior es idéntico al seguido en la primera parte del Ejemplo 2. Esto se debe a que, en ambos casos, el lazo (encerrado en el cuadro segmentado) sólo debe lidiar con el ruido de medición d_m .

- **Elección del filtro F :** F debe ser estable, propio e invertir a $-G_o$ en las frecuencias de la referencia, es decir para $\omega \leq 3[\text{rad/s}]$. Por lo tanto, puede elegirse

$$F(s) = -\frac{10(s + 4)}{(s + 10)}. \quad (11)$$

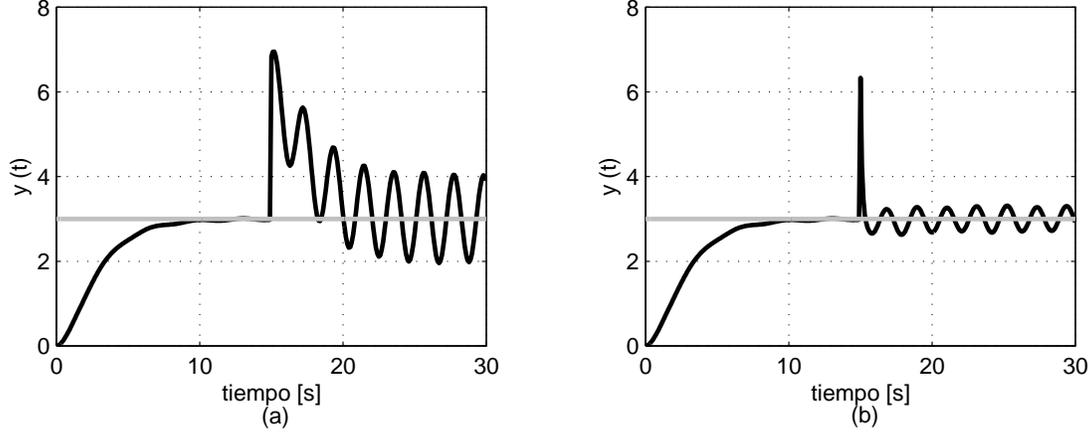


Figura 6: Respuesta del sistema de control propuesto en el Ejemplo 5 cuando $d_m(t) = 0.2\sin(2t)$, $d_o(t) = (3 + \sin(3t))\mu(t - 15)$ y $r(t) = 3$ (negro: respuesta, gris: referencia): (a) Elección propuesta para C considerando $F = 0$ y (b) elección propuesta para C y F .

Con esta elección, F invierte a G_o hasta los 10[rad/s], aproximadamente. Por lo tanto, la perturbación de frecuencia 3[rad/s] debiese ser atenuada por la interacción entre F y G_o , y no influir grandemente en la salida del lazo.

Para evaluar la elección de parámetros anterior, se simuló el sistema de control resultante considerando la perturbación $d(t) = d_o(t) = (3 + \sin(3t))\mu(t - 15)$,¹ ruido de medición $d_m(t) = 0.2\sin(2t)$ y referencia $r(t) = 3$. Los resultados se entregan en la Figura 6. En la Figura 6(a), se grafica la respuesta del lazo sin considerar la prealimentación de la perturbación (i.e., con el controlador elegido y $F = 0$). En la Figura 6(b), se grafica la respuesta del lazo utilizando la elecciones hechas para C y F . Se observa una compensación razonable del ruido y de la perturbación cuando se usa la elección propuesta para F . (Note que la compensación de la perturbación puede mejorarse extendiendo el ancho de banda en que F invierte a $-G_o$ a expensas, obviamente, de actuaciones más vigorosas (verifique esto)).■

4. Control en cascada

Una arquitectura de control en cascada típica se ilustra en la Figura 7. En dicha figura, se aprecia que la arquitectura en cuestión consta de dos lazo anidados (o en *cascada*): El primero, que tiene como controlador a C_1 , recibe el nombre de lazo interno. El segundo, con controlador C_2 , recibe el nombre de lazo externo. La idea esencial detrás de este esquema es permitir que el lazo interno elimine a la perturbación d_1 , sin que ello implique ampliar el ancho de banda del lazo externo. Note que el lazo externo “ve”, como planta equivalente G_{eq} , a la conexión en cascada del lazo interno (representado por su función de sensibilidad complementaria T_{o1}) y la porción G_o de la planta (vea detalle en la Figura 8).

Un esquema de control en cascada resulta útil, por ejemplo, en los mismos casos en que es útil una estrategia de prealimentación de perturbaciones. A diferencia de dicha estrategia, una arquitectura de control en cascada no exige medir la perturbación que desea compensarse, sino que exige medir una variable intermedia del proceso a controlar. Una diferencia relevante entre ambas estrategias es que el control en cascada es una estrategia de lazo cerrado, i.e., permite compensar errores en el modelo de la planta y compensar perturbaciones no modeladas (lo que no puede hacerse con una estrategia de prealimentación de la perturbación pues ésta es una estrategia de lazo abierto).

Puede probarse fácilmente (hágalo, es un muy buen ejercicio) que:

¹es decir la perturbación se aplica a partir de $t = 15$ [s].

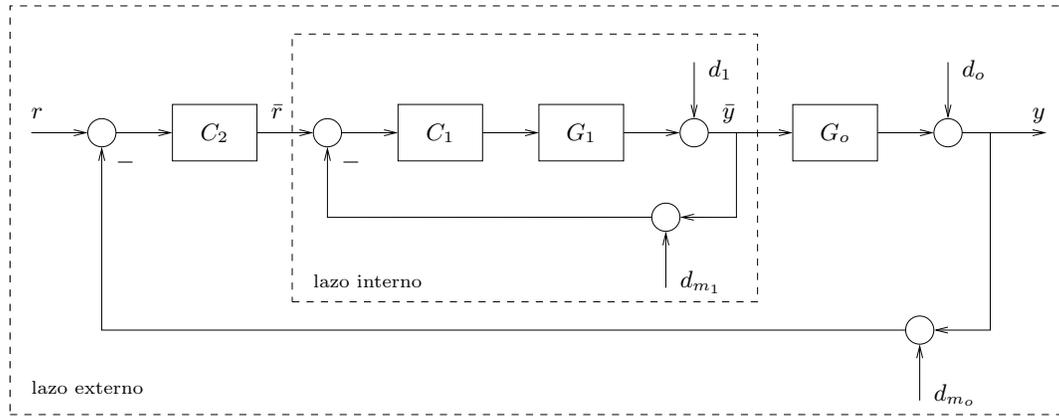


Figura 7: Esquema de control en cascada.

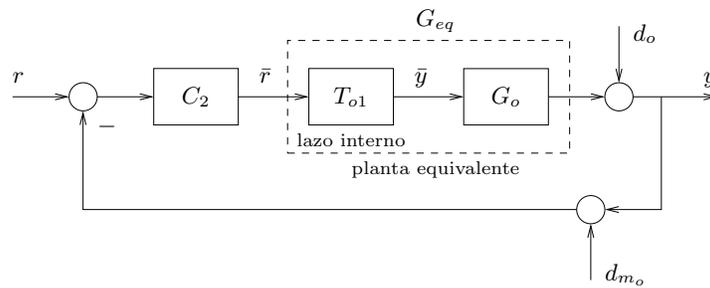


Figura 8: Esquema de control en cascada: detalle del lazo externo.

- El sistema de control de la Figura 7 está bien definido si y sólo si tanto el lazo externo como el interno están bien definidos..
- El sistema de control de la Figura 7 es internamente estable si el lazo interno y el lazo externo son internamente estables. Note que la estabilidad del lazo interno no es necesaria para la estabilidad del esquema global: Puede, perfectamente, elegirse un controlador interno que no estabilice al lazo interno y, en una segunda etapa de diseño, estabilizar el lazo resultante usando el controlador externo C_2 . (Esto no es recomendable desde un punto de vista práctico pues si falla o queda fuera de servicio el controlador externo, la inestabilidad del lazo interno tendría nefastas consecuencias.)
- El controlador interno C_1 puede elegirse en la forma usual, considerando las descripciones disponibles para el ruido de medición d_{m_1} , la perturbación d_1 , y los errores de modelado asociados a G_1 . Note que el lazo interno no posee una referencia definida. Sin embargo, es recomendable incluir integración en C_1 .
- El controlador externo C_2 se sintetiza del modo usual, considerando como planta equivalente a la conexión en cascada del lazo interno y la porción G_o de la planta, es decir, la planta equivalente $G_{eq} = T_{o1}G_o$, donde T_{o1} es la función de sensibilidad complementaria del lazo interno. Las restricciones sobre el lazo externo son las que el ruido de medición d_{m_o} , la perturbación d_o , la referencia r , y los errores de modelo asociados a G_o imponen.

Note que a cada uno de los lazo considerados en un esquema de control en cascada se aplican las mismas limitaciones que a un lazo estándar: Efecto nocivo de polos y ceros inestables, actuaciones excesivas si el lazo es muy rápido comparado con la planta, etc.

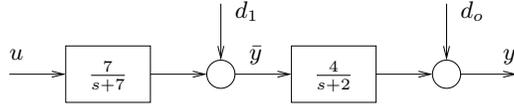


Figura 9: Planta considerada en el Ejemplo 6.

Example 6 Considere el proceso de la Figura 9, donde $d_o(t) = K_2 + K_3 \sin(0.1t)$ y $d_1(t) = K_4 \sin(5t)$. Suponga, además, que la referencia es constante, que la medición de la señal y está contaminada con ruido de medición de frecuencia mayor a $3[\text{rad/s}]$, y que la medición de \bar{y} puede hacerse con ruido despreciable. Ninguna perturbación es medible.

Evidentemente, un lazo estándar no es de utilidad pues éste necesitaría tener un ancho de banda menor a $3[\text{rad/s}]$ (para eliminar el ruido de medición asociado a y) y, simultáneamente, un ancho de banda mayor a $5[\text{rad/s}]$ (para eliminar a la perturbación d_1). Dado que las perturbaciones no son medibles, utilizaremos el esquema de control de la Figura 7.

- **Elección del controlador interno C_1 :** El lazo interno tiene como planta a

$$G_1(s) = \frac{7}{s+7}, \quad (12)$$

no tiene referencia ni ruido de medición, y está sometido a una perturbación $d(t) = K_4 \sin(5t)$. En consecuencia, una función de sensibilidad complementaria razonable para el lazo interno está dada por

$$T_{o1}(s) = \frac{G_1 C_1}{1 + G_1 C_1} = \frac{15}{s+15} \quad (13)$$

lo que implica que

$$C_1(s) = \frac{T_{o1}(s)}{G_1(s)(1 - T_{o1}(s))} = \frac{15(s+7)}{7s}. \quad (14)$$

- **Elección del controlador externo C_2 :** Dada la elección hecha para el controlador C_1 , el controlador C_2 “verá” a la planta equivalente

$$G_{eq}(s) = T_{o1}(s)G_o(s) = \frac{60}{(s+15)(s+2)}. \quad (15)$$

El lazo externo tiene referencia $r(t) = K_1$, perturbación de salida $d_o(t) = K_2 + K_3 \sin(0.1t)$ y ruido de medición para frecuencia mayor a $3[\text{rad/s}]$. (Note que, dada la elección hecha para el controlador del lazo interno, la perturbación d_1 se compensa en dicho lazo y, por lo tanto, puede no ser considerada en el diseño del lazo externo.) De acuerdo a lo anterior, una elección razonable para la función de sensibilidad complementaria del lazo externo está dada por

$$T_{o2}(s) = \frac{G_{eq} C_2}{1 + G_{eq} C_2} = \frac{2}{(s+1)(s+2)}. \quad (16)$$

Así, el controlador externo está dado por

$$C_2 = \frac{T_{o2}(s)}{G_{eq}(s)(1 - T_{o2}(s))} = \frac{0.033333(s+15)(s+2)}{s(s+3)} \quad (17)$$

Para evaluar el diseño anterior, se simuló el sistema de control considerando $r(t) = 3$, $d_1(t) = \sin(5t)\mu(t-20)$, $d_o(t) = (1 + \sin(0.1t))\mu(t-60)$ y $d_{m_o} = 0.2\sin(3t)$. La respuesta del lazo se presenta en la Figura 10. Se aprecia que las perturbaciones son atenuadas y el ruido filtrado satisfactoriamente. La compensación de perturbaciones podría mejorarse considerando controladores que incluyan factores del tipo $(s^2 + \omega_o^2)$ en el denominador. ■

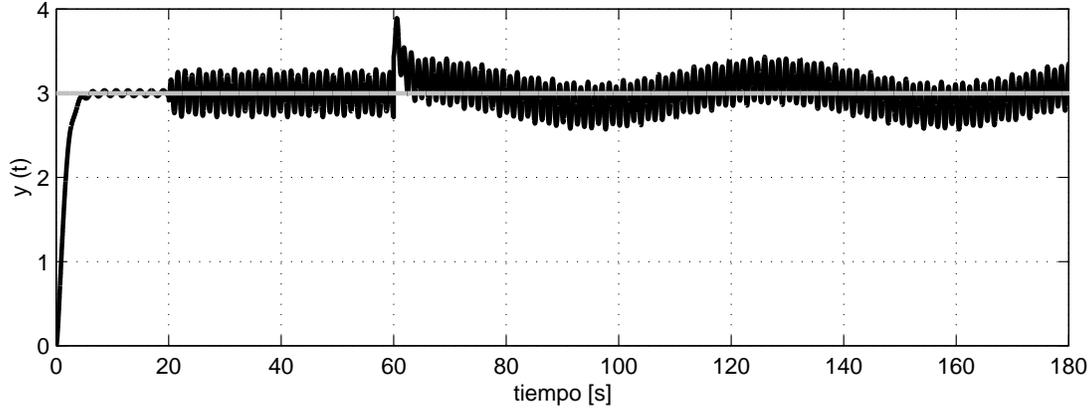


Figura 10: Respuesta del sistema de control propuesto en el Ejemplo 6 con $r(t) = 3$, $d(t) = \text{sen}(5t)\mu(t-20)$, $d_o(t) = (1 + \text{sen}(0.1t))\mu(t - 60)$ y $d_{m_o} = 0.2\text{sen}(3t)$ (negro: respuesta, gris: referencia).

5. Resumen

- Úsese prealimentación de la referencia cuando existan conflictos en las restricciones sobre el ancho de banda de T_o y la referencia participe en ellos.
 - Elija C en la forma usual, sin considerar la referencia (fuerce integración).
 - Elija H estable y propio, tal que invierta, al menos aproximadamente, a T_o en las frecuencias de la referencia.
- Úsese prealimentación de la perturbación cuando existan conflictos en las restricciones sobre el ancho de banda de T_o y haya alguna perturbación medible que participe en ellos.
 - Elija C en la forma usual, sin considerar la perturbación conflictiva.
 - Elija F estable y propio que invierta, al menos aproximadamente, a $-G_x(s)$, i.e., a la transferencia que será “bypaseada” por el filtro de prealimentación F , en las frecuencias de la perturbación conflictiva.
- Úsese control en cascada cuando existan contradicciones en los requerimientos de ancho de banda para el lazo, una perturbación participe en estas contradicciones, y exista la posibilidad de medir una variable intermedia del proceso.
 - El lazo interno se sintetiza como si fuese un lazo cualquiera, considerando las perturbaciones, ruido y errores de modelo asociados a él.
 - El lazo externo se sintetiza como si fuese un lazo cualquiera, considerando la referencia, perturbaciones, ruido de medición, y errores de modelo asociados a él. Note que la planta que “ve” el controlador externo es el sistema que resulta de la conexión en cascada de la función de sensibilidad complementaria del lazo interno y la porción de la planta no considerada en el lazo interno (vea la Figura 8).