Guía de ejercicios Nº1 (ELO-270)

15 de noviembre de 2011

Problema 1 *Considere un sistema no lineal modelado a través de la relación*

$$\frac{dy}{dt} + \sqrt{y} = \frac{u^2}{3}, \tag{1}$$

donde u es la entrada e y la salida.

1. *Caracterice todos los puntos de equilibrio del sistema.*
2. *Elija un punto de equilibrio y linealice el sistema en torno a él.*
3. *Use el modelo linealizado obtenido en la Parte 2 para estimar y cuando $u(t) = u_Q + \alpha\mu(t)$, donde u_Q es el valor de u en punto de operación que Ud. eligió, α es una constante, y $\mu(t)$ corresponde a la función escalón unitario.*
4. *Construya un modelo en Matlab (ó Simulink) del sistema no lineal en (1). Determine la respuesta del sistema cuando $u(t) = u_Q + \alpha\mu(t)$ y $\alpha \in \{0{,}1, 0{,}5, 1\}$. Compare con su respuesta a la parte anterior. Comente.*

Problema 2 *Considere tres sistemas lineales con funciones de transferencia*

$$H_1(s) = \frac{-4}{s-2}, \quad H_2(s) = \frac{40}{(s+2)(s+4)}, \quad H_3(s) = \frac{40}{(s+2)(s+10)}. \tag{2}$$

1. *Elija, entre H_1, H_2 y H_3, a aquella función de transferencia que sea aproximada de mejor forma por*

   $$H_o(s) = \frac{4}{s+2}. \tag{3}$$

   Justifique su respuesta.
2. *Verifique la conclusión que obtuvo en la Parte 1 estudiando la respuesta a escalón y la respuesta en frecuencia de cada uno de los sistemas involucrados. Apóyese en Matlab y comente brevemente.*

Problema 3 *Suponga que un sistema lineal e invariante en el tiempo de tercer orden posee condiciones iniciales cero. Se aplica un escalón unitario a la entrada del sistema, obteniéndose la respuesta ilustrada en la Figura 1.*

1. *Estime la ganancia a continua del sistema.*
2. *Estime los polos y modos naturales del sistema.*
3. *Suponga que el sistema no posee ceros. Estime la función de transferencia del sistema.*

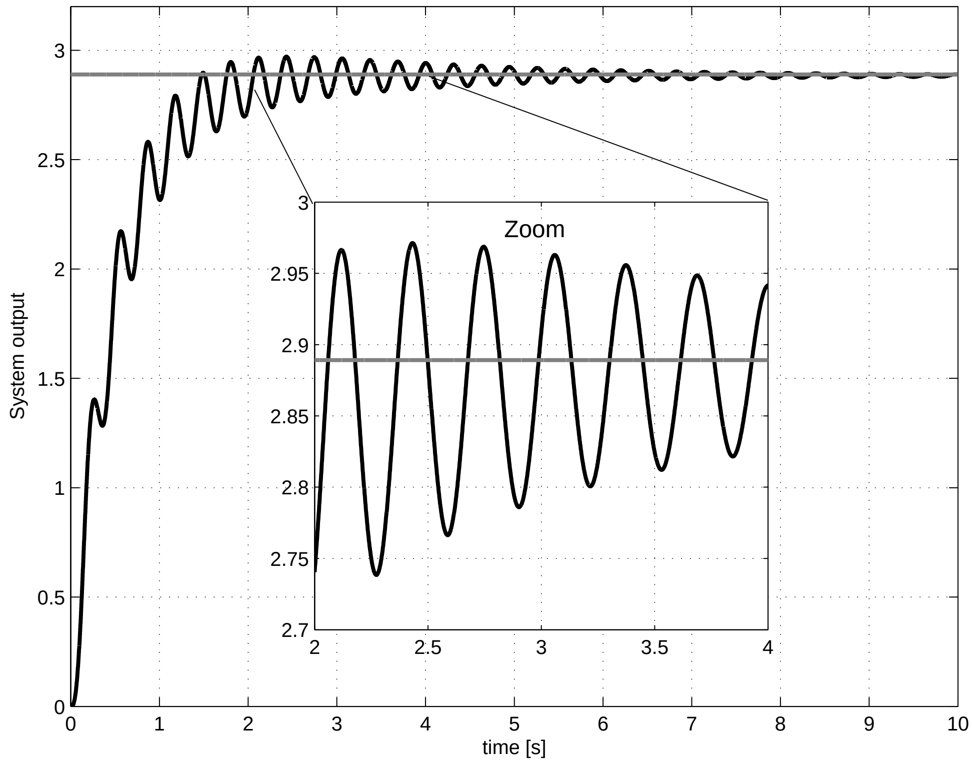

Figura 1: Respuesta a escalón de un sistema de tercer orden.

Problema 4 *Considere un sistema con función de transferencia*

$$H(s) = \frac{-s+2}{(s+4)(s+5)}. \tag{4}$$

Determine, para $t \geq 0$, la salida y cuando la entrada u y las condiciones iniciales son las indicadas en la tabla siguiente:

Caso	u	condiciones iniciales
1	$2\mu(t)$	$y(0_-) = 0$, $\left.\frac{dy(t)}{dt}\right\|_{0_-} = 0$
2	0	$y(0_-) = 1$, $\left.\frac{dy(t)}{dt}\right\|_{0_-} = 2$
3	$3\mu(t)$	$y(0_-) = 2$, $\left.\frac{dy(t)}{dt}\right\|_{0_-} = 4$

Problema 5 *Considere dos sistemas lineales e invariantes en el tiempo con las funciones de transferencia siguientes:*

$$G_1(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+4)}, \quad G_2(s) = \frac{1}{(s-2)(s+1)}.$$

1. *En cada uno de los casos, obtenga la ecuación diferencial que relaciona la entrada u con la salida y.*

2. *Identifique los polos y ceros de cada uno de los sistemas. En base a lo anterior, determine si los sistemas son estables o no. Determine los polos dominantes.*

3. *Calcule la respuesta a escalón unitario (y condiciones iniciales cero) para cada uno de los sistemas.*
4. *Considere G_1. Haga un diagrama de Bode asintótico de la respuesta en frecuencia de G_1 y determine la ganancia a continua y a frecuencias muy altas de dicho sistema.*
5. *Si el sistema G_1 es excitado por la señal $u(t) = 2sen(3t + \pi/4)$, ¿cuál es la respuesta estacionaria del sistema?. ¿Tiene sentido la misma pregunta en el caso del sistema G_2?.*
6. *Calcule explícitamente la respuesta del sistema G_1 ante la excitación $u(t) = 1 + sen(t)$ considerando condiciones iniciales $y(0-) = 0$ y $dy(0-)/dt = 1$.*
7. *Verifique todas sus respuestas con Matlab.*

Problema 6 *Considere un sistema con función de transferencia*

$$H(s) = \frac{2}{s + \alpha}. \tag{5}$$

1. *Determine los valores de α que hacen que la respuesta a un escalón unitario se asiente más rápido que la función e^{-3t}.*
2. *¿Influye el valor de α en la respuesta estacionaria del sistema ante un escalón de magnitud 5?*

Problema 7 *Suponga que un sistema, inicialmente en reposo, es excitado con un escalón de magnitud unitaria. La respuesta correspondiente está dada por*

$$y(t) = 3 - 2e^{-2t} - e^{-3t}, \quad \forall t \geq 0. \tag{6}$$

Determine, de ser posible, la función de transferencia del sistema y analice la estabilidad del mismo.

Problema 8 *Considere un sistema lineal e invariante en el tiempo y estable. Suponga que la entrada está dada por la señal sinusoidal*

$$u(t) = 2sen(2t). \tag{7}$$

Se sabe que, en las condiciones anteriores, la respuesta estacionaria está dada por

$$y(t) = sen(2t - \pi/3). \tag{8}$$

¿Qué puede decirse acerca de la función de transferencia del sistema? ¿Es posible determinar dicha función? Justifique.

Problema 9 *Considere las funciones de transferencia*

$$H_1(s) = \frac{10}{(s + 10)}, \quad H_2(s) = \frac{4}{(s^2 + 2{,}8s + 4)}, \quad H_3(s) = \frac{s}{(s^2 + 1{,}4s + 4)}, \quad H_4(s) = \frac{s}{(s + 5)}, \tag{9}$$

y las respuesta a escalón y diagramas de Bode de las Figuras 2 y 3, respectivamente. Asocie a cada función de transferencia una respuesta a escalón y una curva de respuesta en frecuencia.

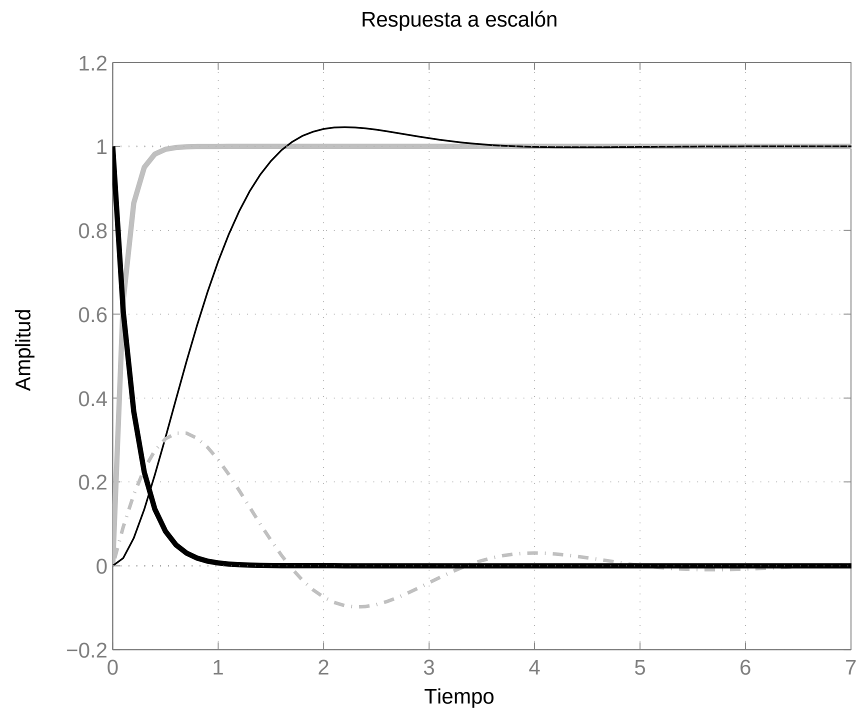

Figura 2: Respuesta a escalón de las distintas funciones de transferencia.

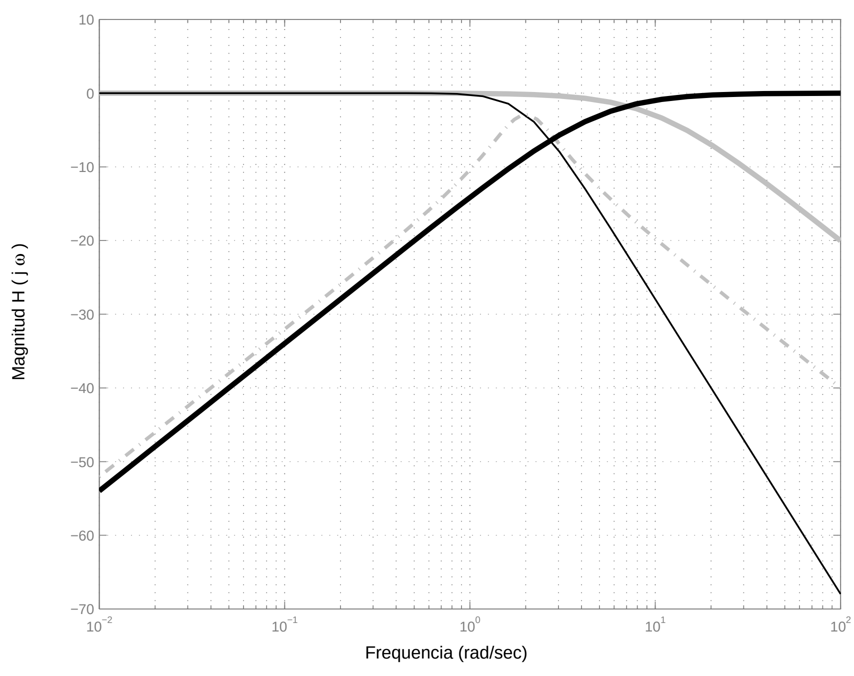

Figura 3: Diagramas de Bode de magnitud de las distintas funciones de transferencia.