Guía de Ejercicios para Teoría de Redes II (ELO-103): Filtros I

16 de Octubre de 2009

Recomendación: Verifique sus respuestas con Matlab.

Problema 1 Considere la red de la figura.

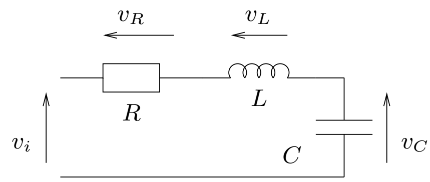

Figure 1: Red considerada en el Problema 1.

1. Calcule las funciones de transferencia V_R/V_i, V_L/V_i y V_C/V_i.
2. Determine la naturaleza filtrante de cada una de las funciones de transferencia calculadas en la parte anterior (i.e., determine si se trata de un filtro pasaaltos, pasabajos, etc.).
3. Dé argumentos intuitivos que apoyen las conclusiones de la parte anterior.

Problema 2 Considere la función de transferencia

$$H(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}, \quad R, L, C > 0.$$

1. Determine la naturaleza filtrante de $H(s)$.
2. Verifique que los polos de $H(s)$ son complejos conjugados si y sólo si $R^2C < 4L$.
3. Verifique que la magnitud de la respuesta en frecuencia de $H(s)$ posee un máximo mayor a 1 si y sólo si $R^2C < 2L$. Calcule la magnitud de dicho máximo y la frecuencia a la que se alcanza.
4. Verifique que el máximo valor de la magnitud de $H(s)$ tiende a infinito si $L \to \infty$ ó $R \to 0$. ¿Cuál es la ubicación de los polos de $H(s)$ cuando $L \to \infty$ ó $R \to 0$?

Problema 3 Considere el circuito de la figura, donde v_i es la entrada y v_o la salida.

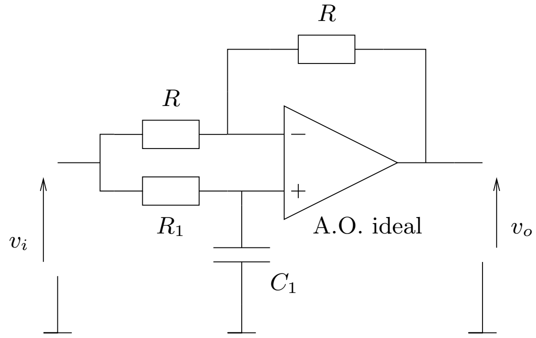

Figure 2: Red considerada en el Problema 3.

1. Verifique que la magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de la figura es constante para toda frecuencia. Este tipo de filtro se denomina pasatodos. ¿Cuál cree Ud. que es la utilidad de un filtro con esta característica?

2. Suponga que v_i es un escalón unitario y que las condiciones iniciales son nulas. Verifique que, aún cuando $\lim_{t\to\infty} v_o(t) = 1$, $v_o(t) < 0$ para tiempos pequeños. (Esto se conoce como respuesta inversa y es propia de sistemas con ceros reales en el plano derecho.)

Problema 4 Considere el circuito de la figura siguiente.

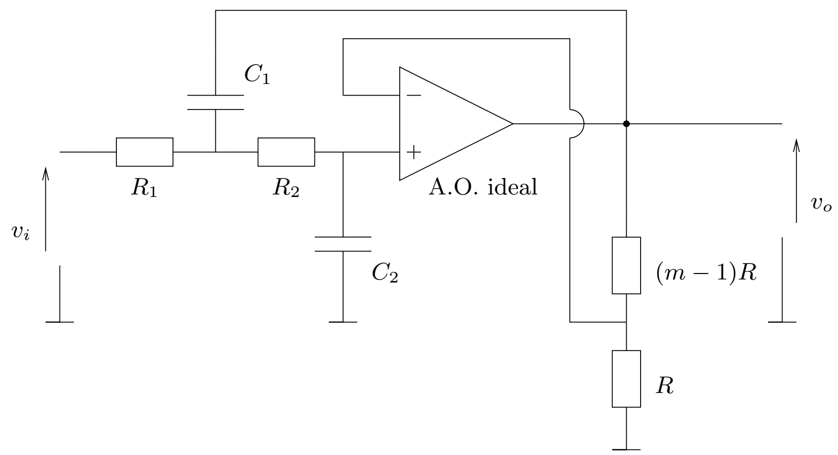

Figure 3: Red considerada en el Problema 4.

1. Verifique que, salvo error u omisión,

$$H(s) \triangleq \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{K\omega_o^2}{s^2 + s\frac{\omega_o}{Q} + \omega_o^2}, \tag{1}$$

   donde

$$K\omega_o^2 = \frac{m}{R_1R_2C_1C_2}, \quad \omega_o^2 = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}, \quad \frac{\omega_o}{Q} = \frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} - \frac{m-1}{R_2C_2}. \tag{2}$$

2. Determine la naturaleza filtrante de $H(s)$.

3. Verifique que, si $C_1 = C_2 = C$ y $R_1 = R_2 = R$, entonces $m = 3 - Q^{-1}$ y $RC = \omega_o^{-1}$. Elija valores de componentes que permitan lograr $Q = 1$ y $\omega_o = 10$.

Problema 5 Suponga que debe diseñarse un filtro de modo de filtrar componentes de alta y baja frecuencia. En particular, se desea obtener atenuación mínima de $20dB$ para toda frecuencia $\omega \geq 2\pi 10000$ y toda frecuencia $\omega \leq 2\pi 100$. Asimismo, se desea tener ganancia unitaria a la frecuencia $\omega = 2\pi 2000$. Diseñe un filtro que cumpla con las especificaciones.
