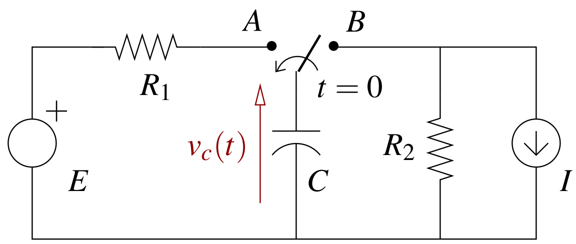
ELO102 – Teoría de Redes I – 1er. Semestre 2011
Certamen para rezagados y soluciones

Problema 5.1 (100 pts.) En la red de la figura, el interruptor está en la posición B desde $t = -\infty$. En $t = 0$ el interruptor se cambia a A. Determine la expresión para $v_c(t)$, $\forall t \geq 0$, para los siguientes datos

$$R_1 = 4[K\Omega] \qquad R_2 = 2\,[K\Omega] \qquad C = 1000[\mu F]$$
$$E = 10\,[V]\,\forall t \qquad I = 1\,[mA]\,\forall t$$



Solución

Primero debemos calcular $v_c(0)$. Para ello usamos la información que el interruptor estaba en la posición B, desde $t = -\infty$; en ese caso, en $t = 0$ el condensador ya se habrá cargado a su valor final, y la corriente en él será cero, entonces $v_c(0) = -IR_2 = -2\ [V]$.

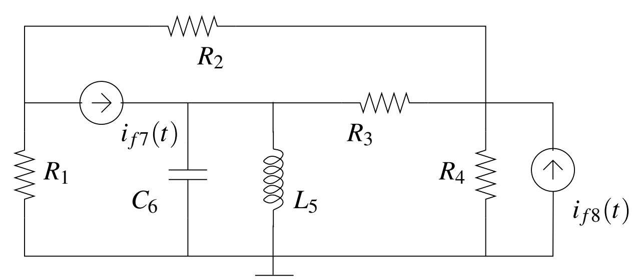
Luego, cuando el interruptor se mueva a la posición A, entonces el condensador se cargará desde la fuente de tensión E, a través de R_1. Así para $t \geq 0$ se cumplirá que

$$v_c(t) = v_c(\infty) + (v_c(0) - v_c(\infty))e^{-t/\tau}; \qquad \text{donde} \quad \tau = R_1 C$$

Aplicando los valores dados de las componentes y fuentes, así como el valor de $v_c(0)$ recién calculado, se obtiene

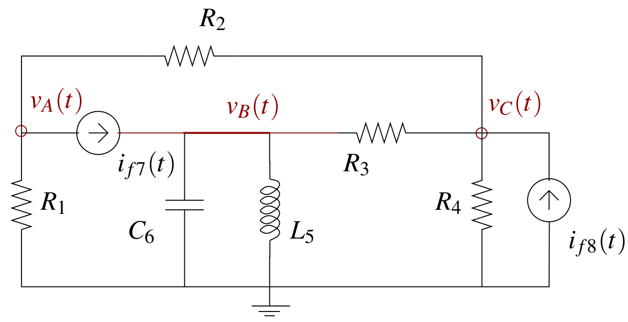
$$v_c(t) = 10 - 12e^{-t/4}$$

Problema 5.2 (100 pts.) Considere la siguiente red, con excitaciones arbitrarias. Formule las ecuaciones del método nodal, usando el nodo de referencia indicado.



Solución

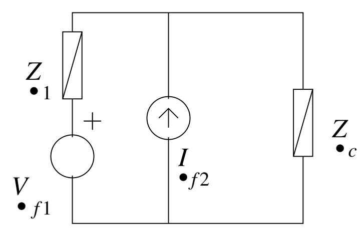
Definimos las tensiones de nodo a nodo de tierra como se indica en la figura



Entonces las ecuaciones nodales se pueden escribir directamente, lo que lleva a

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2 & 0 & -G_2 \\ 0 & G_3+(L_5D)^{-1}+C_6D & -G_3 \\ -G_2 & -G_3 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A(t) \\ v_B(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_{f7}(t) \\ i_{f7}(t) \\ i_{f8}(t) \end{bmatrix} \tag{1}$$

Problema 5.3 Considere la red de la figura, donde $\underset{\bullet}{Z}_1 = 3+j4$, $\underset{\bullet}{Z}_c = 3+j4$, $\underset{\bullet}{V}_{f1} = 50$, $\underset{\bullet}{I}_{f2} = j8$



5.3.1 Calcule la potencia activa disipada por $\underset{\bullet}{Z}_c$.

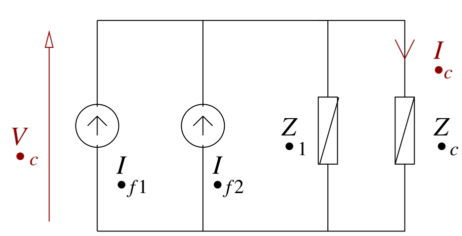
5.3.2 Calcule la **potencia aparente compleja entregada** por la fuente de corriente.

Solución

5.3.1 Primero transformamos la fuente de tensión a fuente de corriente. Ésta es denominada como $\underset{\bullet}{I}_{f1}$, y su valor es

$$\underset{\bullet}{I}_{f1} = \frac{\underset{\bullet}{V}_{f1}}{\underset{\bullet}{Z}_1} = 6-j8 \tag{2}$$

Así resulta la red que se muestra en la figura



De esta figura resulta, por divisor de corrientes (note que $\underset{\bullet}{Z}_1 = \underset{\bullet}{Z}_c$) que

$$\underset{\bullet}{I}_c = \frac{\underset{\bullet}{I}_{f1} + \underset{\bullet}{I}_{f2}}{2 \quad 2} = 3$$

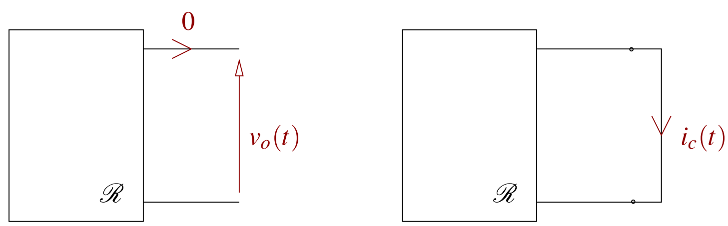
con lo cual la potencia activa consumida por $\underset{\bullet}{Z}_c$ es

$$P_{act_c} = I_c^2 \cdot \Re\{\underset{\bullet}{Z}_c\} = 27[W] \tag{3}$$

5.3.2 La **potencia aparente compleja entregada** por la fuente de corriente es

$$\underset{\bullet}{P}_{ap1} = \underset{\bullet}{V}_c \underset{\bullet}{I}^*_{f2} = \underset{\bullet}{I}_c \underset{\bullet}{Z}_c \underset{\bullet}{I}^*_{f2} = 3(3+j4)(-j8) = 96[W] - j72[VAR]$$

Problema 5.4 (10 pts) La figura muestra dos mediciones hechas para una red $\mathscr{R}$ lineal, estable y en estado estacionario.



Esta red tiene excitaciones sinuosidales con una única frecuencia ω. Los resultados de las mediciones son:

$$v_o(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{sen}(\omega t) \qquad i_c(t) = \cos(\omega t - \pi/4) \tag{4}$$

Determine los equivalentes Thévenin y Norton en el dominio de la transformada fasorial.

Solución

El voltaje en la primera figura corresponde al voltaje de circuito abierto y, por tanto, al voltaje de la fuente Thévenin:

$$e_T(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\omega t)$$

En la segunda figura, la corriente entregada es la corriente de corto-circuito y, por tanto, la corriente de la fuente Norton:

$$i_N(t) = \cos(\omega t - \tfrac{\pi}{4})$$

Por transformación de fuentes en el dominio de la transformada fasorial, la impedancia de la red Thévenin es igual a la impedancia de la red Norton.

Esta impedancia se puede calcular a partir de la transformada fasorial del voltaje Thévenin y la corriente Norton:

$$\underset{\bullet}{Z} = \frac{\underset{\bullet}{E}_T}{\underset{\bullet}{I}_N} = \frac{\frac{1}{2}\angle\frac{-\pi}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}\angle\frac{-\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle\frac{-\pi}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}j$$

Así, la red $\mathscr{R}$ podría interpretarse como una red RC (o, al menos, equivalentemente RC)