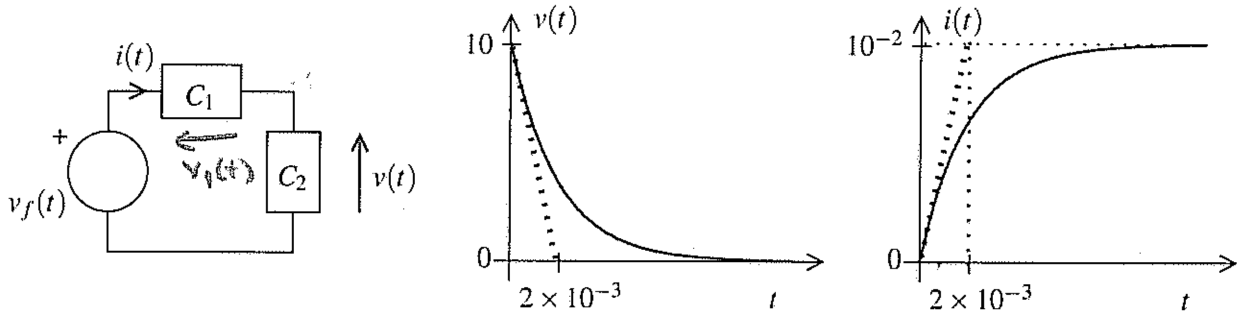
ELO102 – Teoría de Redes I – 1S 2012
Segundo Certamen y soluciones

TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR JUSTIFICADAS

Cuando no sea posible calcular manualmente, deje sus resultados expresados en la forma más simple posible. UNIDADES EN S.I.

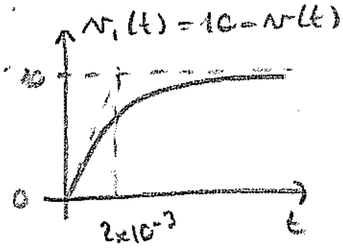
Problema 2.1 (10 puntos) En la red de la figura la fuente es constante $v_f(t) = 10$ [V] y las condiciones iniciales son iguales a cero. Se muestran las mediciones de $v(t)$ e $i(t)$. Determine qué tipo de componente son C_1 y C_2 (R, L o C) y su valor (en Ω, H o F, respectivamente). Fundamente claramente su respuesta.



Solución

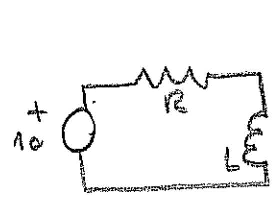
. El voltaje en C_2 tiende a cero en estado estacionario, por tanto se trata de un inductor.

Asimismo el voltaje en C_1 es



es decir es proporcional a la corriente. Por tanto C_1 es una resistencia.

El circuito es por tanto:

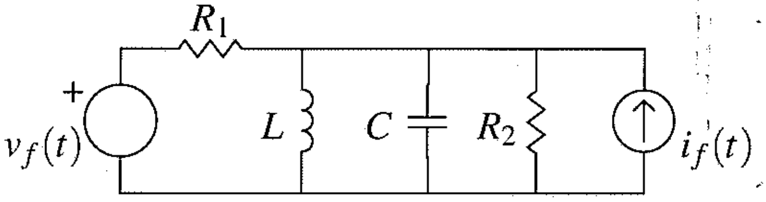


El valor de la resistencia se puede obtener de la corriente $i(\infty)$ y el voltaje $v_1(\infty)$:

$$R = \frac{v_1(\infty)}{i(\infty)} = \frac{10}{10^{-2}} = 10^3 \ [\Omega]$$

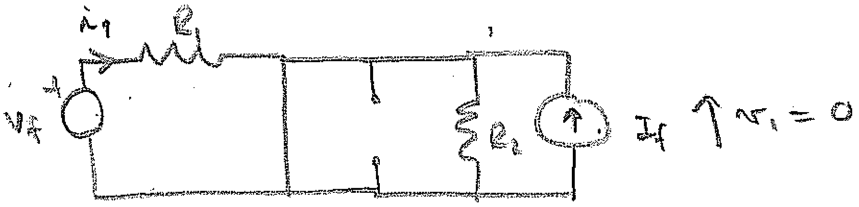
Mientras que la inductancia se obtiene de la constante de tiempo: $\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{L}{10^3} \Rightarrow L = 2$ [H]

Problema 2.2 (10 puntos) En la red de la figura $v_f(t) = V_f$ e $i_f(t) = I_f$ son fuentes constantes. Determine la potencia entregada por cada una de las fuentes **en estado estacionario.**



Solución

Si ambas fuentes son constantes, en estado estacionario, el inductor es un corto circuito y el condensador es un circuito abierto. El circuito equivalente es, por tanto:



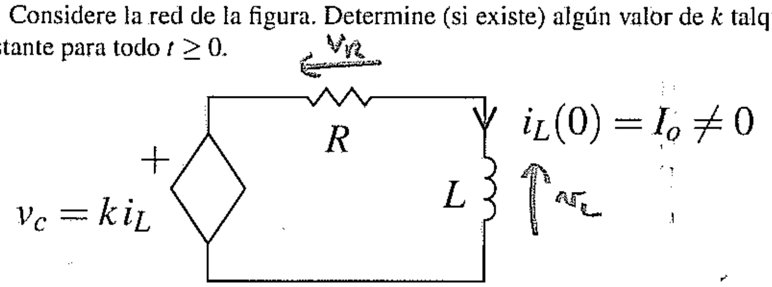
La corriente entregada por la fuente de tensión es $\frac{V_f}{R_1} = i_1$

$\Rightarrow$ la potencia es $P_{V_f} = V_f \cdot i_1 = \frac{V_f^2}{R_1}$ (entregada)

El voltaje en la fuente de corriente es $v_1 = 0$
(debido al corto circuito)

$\Rightarrow$ la potencia entregada es $P_{I_f} = I_f \cdot 0 = 0$

Problema 2.3 (10 puntos) Considere la red de la figura. Determine (si existe) algún valor de k talque la corriente por el inductor permanece constante para todo $t \geq 0$.



Solución

Por LVK: $v_C = v_R + v_L$

Usando 3a postulado: $k \cdot i_L = R \cdot i_L + L \frac{di_L}{dt}$

$$\Rightarrow \quad L \frac{di_L}{dt} + (R-k)\, i_L = 0 \qquad \forall t \geq 0$$

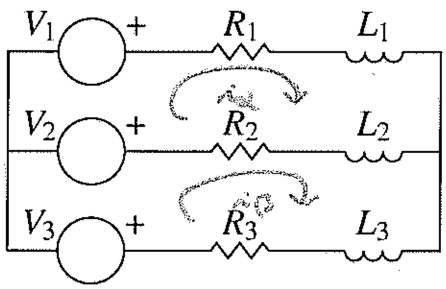
La corriente permanece CONSTANTE si y sólo si

$$\frac{di_L}{dt} = 0 \quad \forall t \geq 0$$

esto se cumple si y sólo si $R-k = 0$

$$\boxed{k = R}$$

Problema 2.4 (10 puntos) En la red de la figura, usando el método de nodos o de mallas, formule un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red.

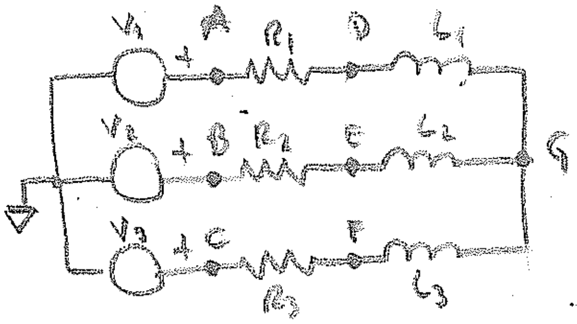


Solución

Por mallas:

$$\begin{bmatrix} R_1+L_1D+R_2+L_2D & -R_2-L_2D \\ -R_2-L_2D & R_2+L_2D+R_3+L_3D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1-V_2 \\ V_2-V_3 \end{bmatrix}$$

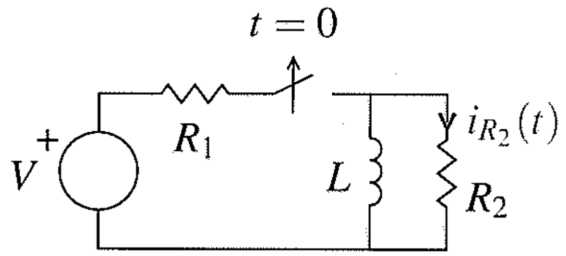
Por nodos:



Los voltajes $V_A = V_1$, $V_B = V_2$, $V_C = V_3$ son conocidos

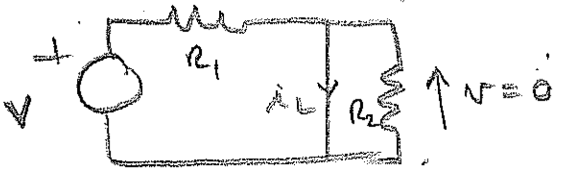
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{L_1D} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_1D} \\ 0 & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{L_2D} & 0 & \frac{-1}{L_2D} \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_3}+\frac{1}{L_3D} & \frac{-1}{L_3D} \\ \frac{-1}{L_1D} & \frac{-1}{L_2D} & \frac{-1}{L_3D} & \frac{1}{L_1D}+\frac{1}{L_2D}+\frac{1}{L_3D} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_D \\ v_E \\ v_F \\ v_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1/R_1 \\ V_2/R_2 \\ V_3/R_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Problema 2.5 (10 puntos) En la red de la figura, la fuente de voltaje es constante y el interruptor ha estado cerrado desde $t \to -\infty$. Si el interruptor se abre en $t = 0$, determine la corriente por la resistencia $i_{R_2}(t)$, para $t > 0$.



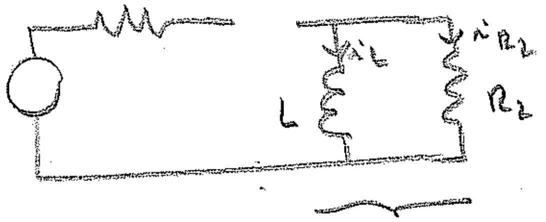
Solución

Si el interruptor ha estado cerrado desde $t \to -\infty$ entonces la corriente por el inductor ha alcanzado el estado estacionario:



Por tanto $i_L(0) = \frac{V}{R_1}$

Cuando se abre el interruptor:



Circuito RL

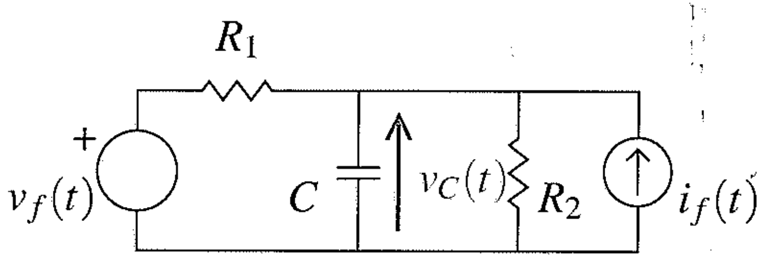
La corriente por el inductor es $i_L(t) = i_L(\infty) + (i_L(0) - i_L(\infty))e^{-t/\tau}$

en que $i_L(0^+) = \frac{V}{R_1}$, $i_L(\infty) = 0$ pues el inductor se descarga

y $\tau = \frac{L}{R_2}$

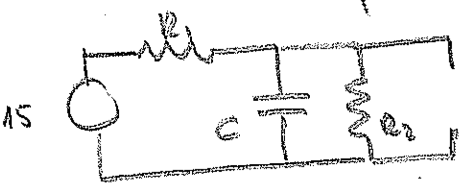
$\Rightarrow i_{R_2}(t) = -i_L(t) = -\frac{V}{R_1} e^{-\frac{R_2 t}{L}}$ para $t > 0$

Problema 2.6 (10 puntos) En la red de la figura $v_f(t) = 15$ [V], $i_f(t) = 30\mu[t]$ [mA], $R_1 = 1$ [kΩ], $R_2 = 2$ [kΩ] y $C = 30$ [μF]. Determine $v_C(t)$ para todo $t \geq 0$. *Observación:* Note que una fuente está **encendida** desde $t \to -\infty$ y la otra se enciende en $t = 0$.



Solución

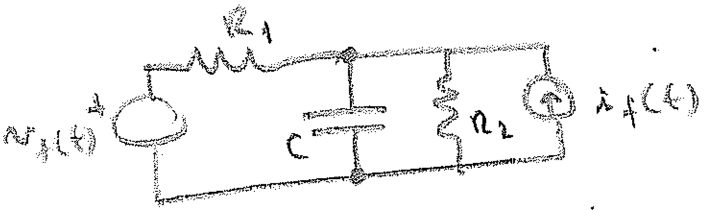
Para $t < 0$ el circuito equivalente es

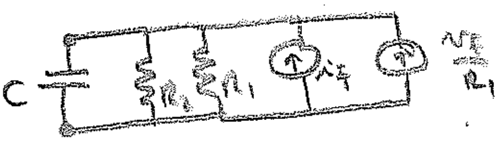


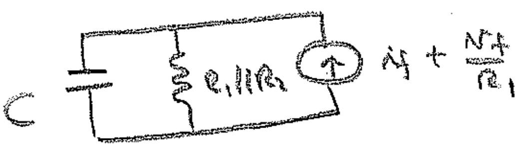
Por tanto el condensador se carga a $v_c = \dfrac{15 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 15 \cdot \dfrac{2}{3} = 10$

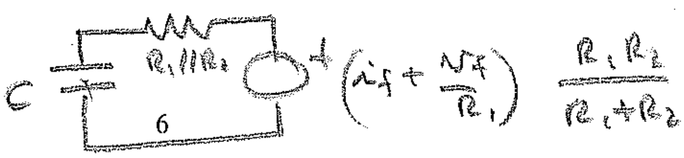
Esa es la condición inicial $v_c(0) = 10$ [V]

Para $t \geq 0$ podemos obtener la red equivalente:









$R_1 || R_2 = \frac{2}{3}$ [kΩ]

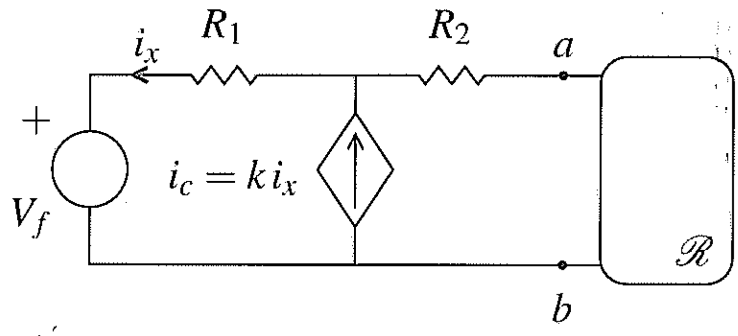
$\left(i_f + \frac{v_f}{R_1}\right)(R_1||R_2) = \left(30 + \frac{15}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = 25$

$v_c(t) = v_c(\infty) + (v_c(0) - v_c(\infty))\, e^{-t/\tau}$

$= 25 + (10 - 25)\, e^{-\frac{t}{20}}$ [V]

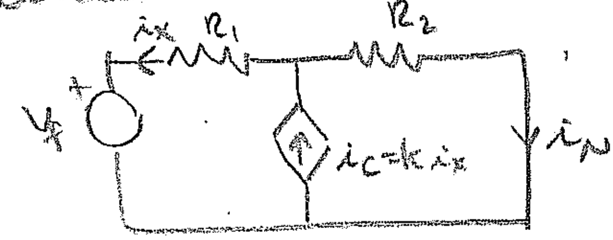
t en [ms]

Problema 2.7 (10 puntos) En la red de la figura, determine el equivalente Norton desde los terminales $a - b$.



Solución

En primer lugar, calculamos la corriente de corto circuito:

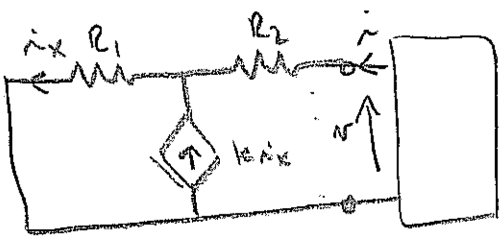


$$i_N = k\,i_x - i_x$$
$$V_f = -R_1 i_x + R_2 i_N$$

$$\Rightarrow V_f = \frac{-R_1 i_N}{k-1} + R_2 i_N$$

$$i_N = \frac{V_f(1-k)}{R_1 + R_2(1-k)}$$

La red reflejada R_r:



$$i = i_x - k\,i_x$$
$$v = R_2 i + R_1 i_x$$

$$v = R_2 i + \frac{R_1 i}{1-k}$$

$$v = \underbrace{\left(R_2 + \frac{R_1}{1-k}\right)} i$$