

Solución

ELO102 – S1 2013 – Control #2 – 25 de marzo de 2013

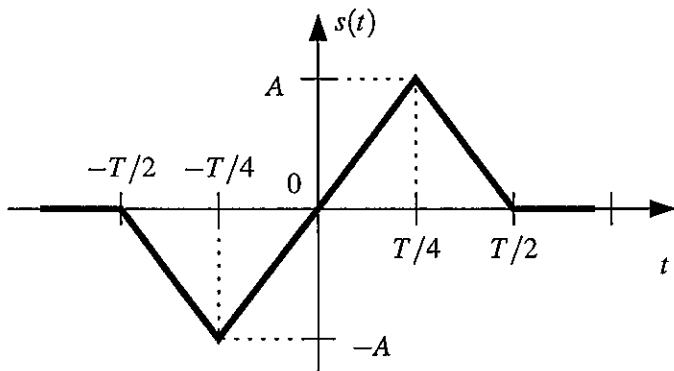
Basta que responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos.

Indique claramente cuál de los dos responde.

Problema 2.1 Para la señal $s(t)$ de la figura

(a) Determine su expresión analítica, usando $\delta(t)$, $\mu(t)$, $r(t)$.

(b) Determine y grafique su integral definida $\int_0^t s(\tau) d\tau$



$$(a) \quad -\frac{4A}{T} r\left(t + \frac{T}{2}\right) + \frac{8A}{T} r\left(t + \frac{T}{4}\right) - \frac{8A}{T} r\left(t - \frac{T}{4}\right) + \frac{4A}{T} r\left(t - \frac{T}{2}\right) = s(t)$$

(b) Note que si definimos $f(t) = \int_0^t s(\tau) d\tau$

entonces

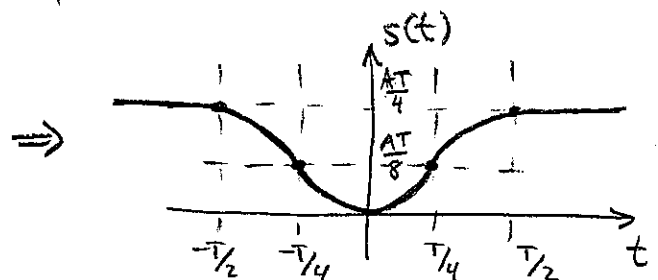
$$f(0) = 0$$

$$f(T/4) = \frac{AT}{8}$$

$$f(T/2) = \frac{AT}{4}$$

$$f(-T/4) = \int_0^{-T/4} s(\tau) d\tau = - \int_{-T/4}^0 s(\tau) d\tau = \frac{AT}{8}$$

$$f(-T/2) = \frac{AT}{4}$$

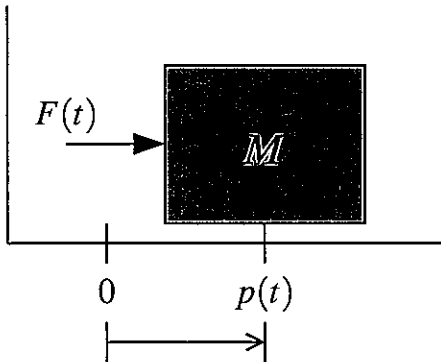


Problema 2.2 Considere la masa M en la figura como un sistema en que la excitación es la fuerza $F(t)$ y la respuesta es la posición $p(t)$.

(a) Determine la posición de la masa de la forma

$$p(t) = T(x_{t_0}, F(t)) \quad ; t > t_0$$

indicando claramente qué información contiene el estado inicial x_{t_0} .



Si se desprecia toda fuerza de roce, entonces

$$F(t) = M a(t) \rightarrow a(t) = \frac{1}{M} F(t)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} \rightarrow v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^t a(\tau) d\tau$$

$$v(t) = \frac{dp}{dt} \rightarrow p(t) = p(t_0) + \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow p(t) = p(t_0) + \int_{t_0}^t \left[v(t_0) + \int_{t_0}^{\tau} a(\xi) d\xi \right] d\tau$$

$$= p(t_0) + v(t_0) \cdot (t - t_0) + \frac{1}{M} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau} F(\xi) d\xi d\tau$$

$$= T \left(\underbrace{\begin{bmatrix} p(t_0) \\ v(t_0) \end{bmatrix}}_{x_{t_0}} ; F(t) \right)$$

x_{t_0} contiene la
posición y estado
iniciales.