

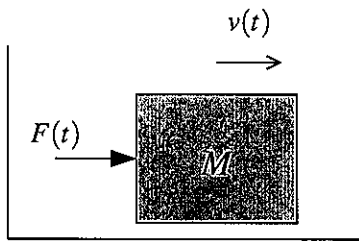
ELO102 – S1 2013 – Control #3 – 1 de abril de 2013

Problema 3.1 Para la masa M de la figura, la excitación es la fuerza $F(t)$ y la salida es la velocidad $v(t)$. La velocidad en $t = 0$ es $v(0) = v_0$. Toda fuerza de roce es despreciable.

(a) Determine la respuesta del sistema, de la forma

$$v(t) = T\langle v_0, F(t) \rangle$$

(b) Determine si el sistema es lineal.



(a) La velocidad se puede obtener a partir de la primera ley de Newton:

$$\begin{aligned} F(t) &= M \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow v(t) = \frac{1}{M} \int_{-\infty}^t F(\tau) d\tau \\ &= v(0) + \frac{1}{M} \int_0^t F(\tau) d\tau \\ &= T\langle v(0), F(t) \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad &T\langle \alpha_1 v_1(0) + \alpha_2 v_2(0), \beta_1 F_1(t) + \beta_2 F_2(t) \rangle \\ &= [\alpha_1 v_1(0) + \alpha_2 v_2(0)] + \frac{1}{M} \int_0^t [\beta_1 F_1(\tau) + \beta_2 F_2(\tau)] d\tau \\ &= \alpha_1 v_1(0) + \alpha_2 v_2(0) + \beta_1 \frac{1}{M} \int_0^t F_1(\tau) d\tau + \beta_2 \frac{1}{M} \int_0^t F_2(\tau) d\tau \\ &= \alpha_1 T\langle v_1(0), 0 \rangle + \alpha_2 T\langle v_2(0), 0 \rangle + \beta_1 T\langle 0, F_1(t) \rangle + \beta_2 T\langle 0, F_2(t) \rangle \end{aligned}$$

si, el sistema es lineal.