Solución

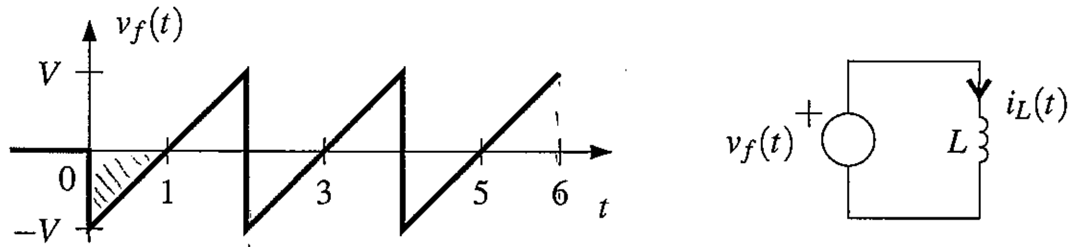
ELO102 – S1 2013 – Control #7 – 29 de abril de 2013

Basta que responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos.
Indique claramente cuál de los dos responde.

Problema 7.1 *En la red de la figura, la fuente de voltaje está dada por la señal de la izquierda y el inductor se encuentra inicialmente* descargado *(es decir,* $i_L(0) = 0$*)*

(a) Determine y haga un gráfico de la corriente $i_L(t)$ *por el inductor, la potencia instantánea absorbida y la energía instantánea almacenada en él.*

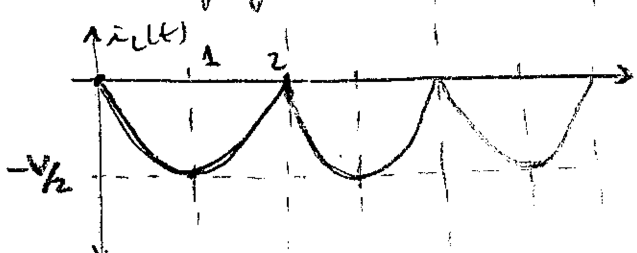
(b) Haga un gráfico en el plano voltaje/corriente e indique cuándo el inductor absorbe y cuando entrega potencia instantánea.



(a) El inductor satisface $v_f(t) = L\frac{di_L}{dt}$

$\Rightarrow i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L}\int_0^t v_f(\tau)\,d\tau$ $\qquad v_f = (t-1)V$ para $t \in [0,2]$

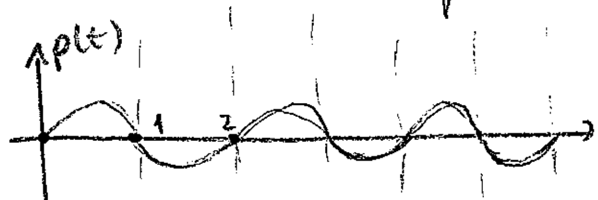
Por tanto la gráfica de la corriente son arcos de parábola:



$i_L(t) = -t(t-2)\cdot\frac{V}{2}$ para $t \in [0,2]$

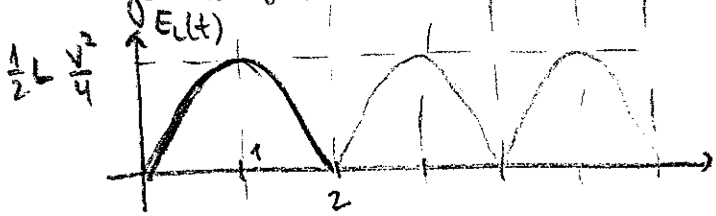
La potencia se obtiene del producto $p(t) = v_f(t)\cdot i_L(t)$

$= t(t-1)(t-2)\frac{V^2}{2}$ para $t \in [0,2]$

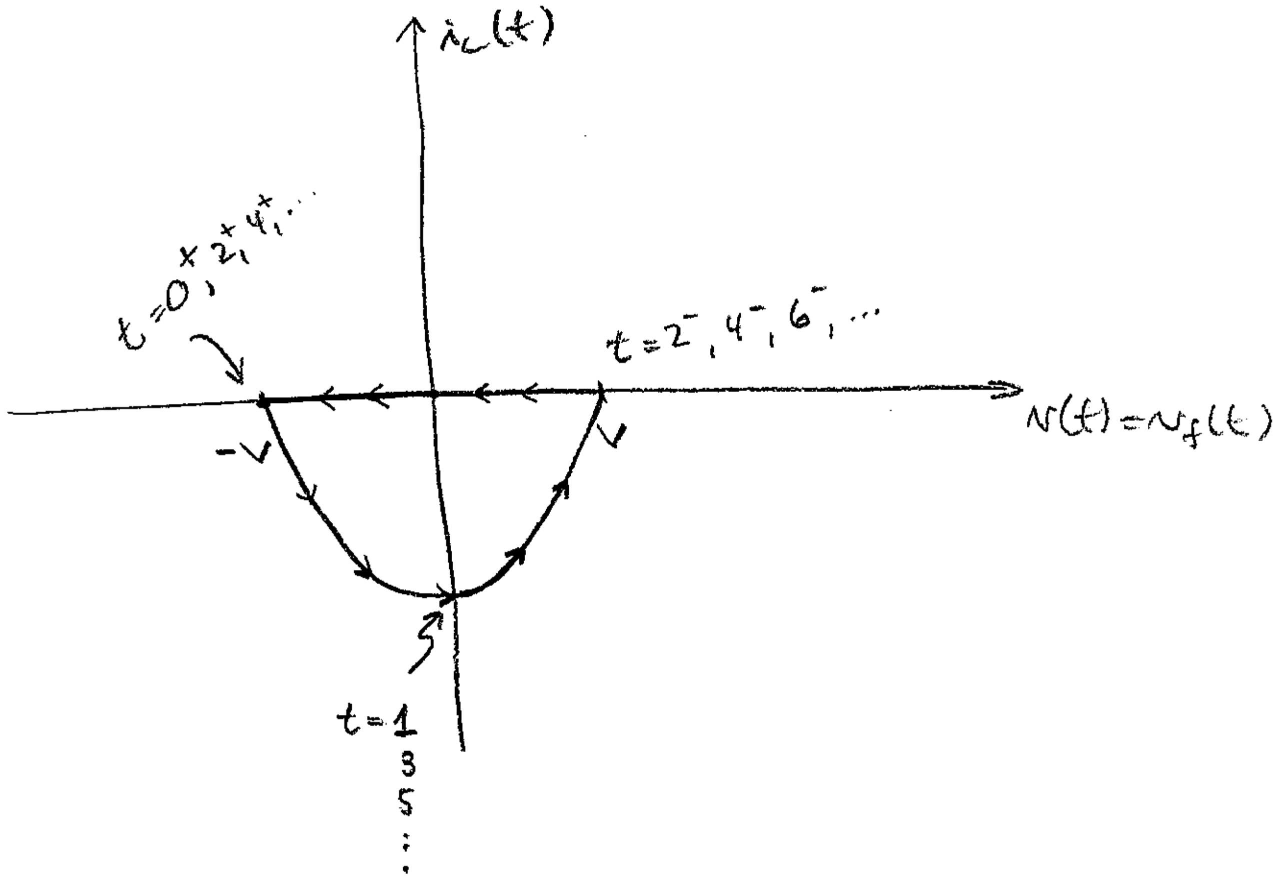


La energía instantánea almacenada es $E_L(t) = \frac{1}{2}L\,i_L^2(t)$

$= \frac{1}{2}L\frac{V^2}{4}t^2(t-2)^2$



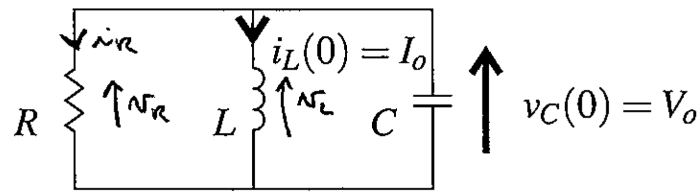
(b). En el plano voltaje corriente el voltaje se mueve entre $-V$ y V mientras que la corriente va de $-V/2$ a 0 como función cuadrática del voltaje



Problema 7.2 *Considere el circuito RLC de la figura en que los datos son R, L, C y las condiciones iniciales $i_L(0) = I_o$ y $v_C(0) = V_o$.*

(a) *Determine un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red.*

(b) *Determine la ecuación diferencial y las condiciones iniciales que satisface la corriente $i_L(t)$.*



(a) Definiendo variables como en la figura

LVK : $v_R = v_L = v_C$

LCK : $i_R + i_L + i_C = 0$

III : $v_R = R i_R$

$i_C = C \dfrac{dv_C}{dt}$

$v_L = L \dfrac{di_L}{dt}$

6 ecs / 6 incógnitas

(b) Usamos LCK:

$$i_R + i_L + i_C = 0$$

$$\frac{v_R}{R} + i_L + C\frac{dv_C}{dt} = 0$$

pero $v_R = v_C = v_L \Rightarrow \dfrac{v_L}{R} + i_L + C\dfrac{dv_L}{dt} = 0$

y $v_L = L\dfrac{di_L}{dt} \Rightarrow \boxed{\dfrac{L}{R}\dfrac{di_L}{dt} + i_L + LC\dfrac{d^2 i_L}{dt^2} = 0}$

Se obtiene una ecuación diferencial de 2do orden con condiciones iniciales

$\boxed{i_L(0) = I_o}$ y $v_C(0) = v_L(0) = \boxed{L\dfrac{di_L}{dt}\Big|_{t=0} = V_o}$