

Solución

ELO102 – S1 2014 – Control #1 – 17 de marzo de 2013

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos.

Indique claramente cuál de los dos responde.

Problema 1.1 Un sistema invariante en el tiempo tiene entrada $e(t) \in \mathbb{R}$, salida $y(t) \in \mathbb{R}$ y estado inicial $x_0 \in \mathbb{R}$. Se sabe que

$$y(t) = x_0 + 2 \frac{de(t)}{dt}$$

Demuestre que el sistema es lineal.

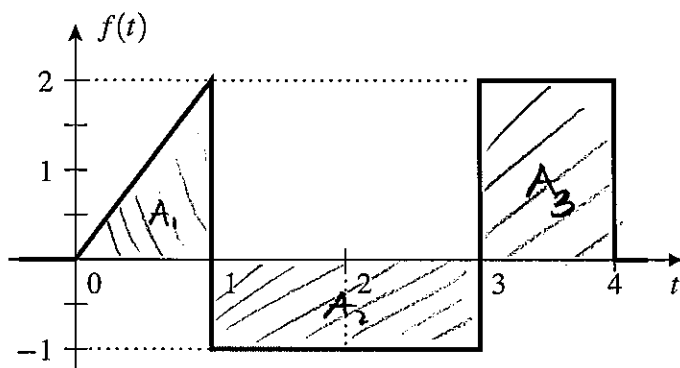
$$y(t) = T(x(0) = x_0, e(t)) = x_0 + 2 \frac{de}{dt}$$

Tenemos que

$$\begin{aligned} & T(\alpha_1 x_{01} + \alpha_2 x_{02}; (\beta_1 e_1(t) + \beta_2 e_2(t))) \\ &= \alpha_1 x_{01} + \alpha_2 x_{02} + \frac{d}{dt} (\beta_1 e_1(t) + \beta_2 e_2(t)) \\ &= \alpha_1 x_{01} + \alpha_2 x_{02} + \beta_1 \frac{de_1}{dt} + \beta_2 \frac{de_2}{dt} \\ &= \alpha_1 T(x_{01}, 0) + \alpha_2 T(x_{02}, 0) + \beta_1 T(0, e_1(t)) \\ &\quad + \beta_2 T(0, e_2(t)) \end{aligned}$$

lo que demuestra que el sistema ES LINEAL //

Problema 1.2 Considere la señal $f(t)$ en la figura



Calcule el valor medio y el valor efectivo (RMS) de la señal $f(t)$ en el intervalo $[0, 4]$.

i) el valor medio es $\bar{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(z) dz$

En el caso de la figura $\bar{f} = \frac{1}{4} \left[\underbrace{A_1 + A_2 + A_3}_{\text{suma de las áreas achucadas}} \right]$

$$= \frac{1}{4} [1 - 2 + 2] = \frac{1}{4}$$

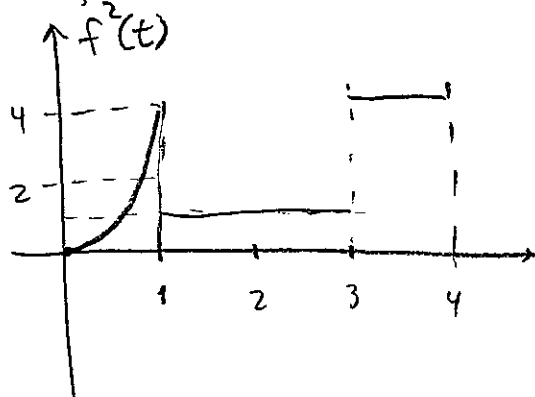
ii) El valor efectivo o RMS

$$\text{es } f_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(z) dz}$$

Por tanto

$$\begin{aligned} \int_0^4 f^2(z) dz &= \frac{1}{3} \cdot 4 + 2 + 4 \\ &= \frac{22}{3} \end{aligned}$$

Note que



$$\Rightarrow f_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{3}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{22}{3}}$$