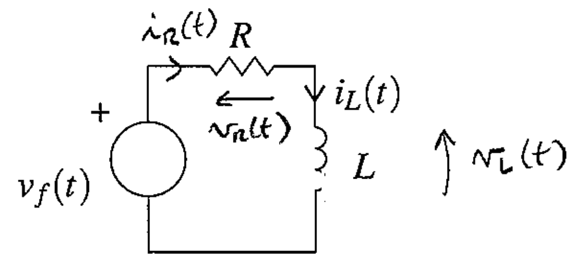
Solución

ELO102 – S1 2014 – Control #6 – 9 de mayo de 2014

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos.
Indique claramente cuál de los dos responde.

Problema 6.1 *En la red de la figura, los datos son $v_f(t)$, R, L e $i_L(0)$*



(a) *Determine la ecuación diferencial que satisface $i_L(t)$*

(b) *Si $v_f(t) = V_f$ (fuente constante), determine $i_L(t)$ para $t \geq 0$.*

(a) LVK : $v_f(t) = v_R(t) + v_L(t)$

LCK : $i_R(t) = i_L(t)$

III : $v_R(t) = i_R(t)\, R$

$v_L(t) = L \dfrac{di_L(t)}{dt}$

$$\Rightarrow \boxed{R\, i_L(t) + L \frac{di_L}{dt} = v_f(t)} \quad //$$

(b) Si $v_f(t) = V_f \Rightarrow \dfrac{L}{R}\dfrac{di_L}{dt} + i_L = \dfrac{1}{R} V_f$

Por tanto, la corriente inicial es $i_L(0) = I_0$ (dato)

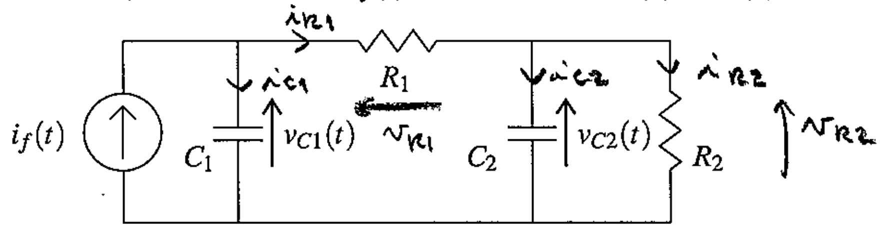
y cuando $t \to \infty$: $\dfrac{di_L}{dt} \to 0$ y $\dfrac{L}{R}\underbrace{\dfrac{di_L}{dt}}_{0} + i_L\Big|_\infty = \dfrac{V_f}{R}$

$$i_L(\infty) = \frac{V_f}{R}$$

$$\Rightarrow i_L(t) = i_L(\infty) + (i_L(0) - i_L(\infty))\, e^{-t/\tau} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

$$= \frac{V_f}{R} + \left(I_0 - \frac{V_f}{R}\right) e^{-\frac{R}{L}t} \qquad t \geq 0$$

Problema 6.2 *En la red de la figura, los datos son $i_f(t)$, R_1, R_2, C_1, C_2, $v_{C1}(0)$ y $v_{C2}(0)$*



Si $i_f(t) = I_f$

(a) *Determine un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red.*

(b) *Determine la ecuación diferencial que satisface el voltaje $v_{C1}(t)$ en el condensador C_1 y las condiciones iniciales necesarias para resolverla.*

(c) ***(Bonus)** Determine el valor del voltaje en cada condensador cuando $t \to \infty$.*

(a) LCK: $i_{C1} + i_{R1} = i_f$

$$i_{R1} - i_{C2} - i_{R2} = 0$$

LVK: $v_{C1} - v_{R1} - v_{C2} = 0$

$$v_{C2} - v_{R2} = 0$$

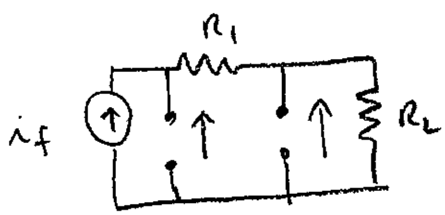
III: $i_{C1} = C_1 \dfrac{dv_{C1}}{dt}$ $\qquad v_{R1} = R_1 i_{R1}$

$$i_{C2} = C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} \qquad v_{R2} = R_2 i_{R2}$$

8 ecuaciones

8 incógnitas: $\{ i_{C1}, i_{C2}, i_{R1}, i_{R2}, v_{C1}, v_{C2}, v_{R1}, v_{R2} \}$

(c)



Si $i_f(t) = I_f$ (constante)

$$v_{C1}(\infty) = I_f (R_1 + R_2)$$

$$v_{C2}(\infty) = I_f (R_2)$$