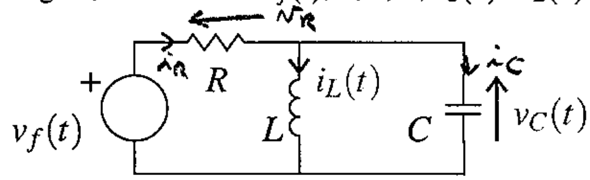
Solución

ELO102 – S1 2014 – Control #7 – ~~30 de mayo~~ 2 de junio de 2014

Problema 7.1 En la red de la figura, los datos son $v_f(t)$, R, L, C, $v_C(0)$ e $i_L(0)$



(a) Determine la ecuación diferencial que relaciona $v_C(t)$ con $v_f(t)$

(b) Si

$v_f(t) = 0[\text{V}],\ R = 1[\text{k}\Omega],\ C = 1[\mu\text{F}],\ L = 1[\text{H}],\ i_L(0) = 10[\text{mA}]$ y $v_C(0) = 0[\text{V}]$,

haga un gráfico lo más preciso posible de $v_C(t)$, para $t \geq 0$.

(a) $v_f = v_R + v_C$

$i_R = i_L + i_C \longrightarrow \dfrac{v_f - v_C}{R} = \dfrac{1}{L}\int v_C\,dt + C\dfrac{dv_C}{dt}$

$v_R = R\,i_R$

$v_C = L\dfrac{di_L}{dt}$

$i_C = C\dfrac{dv_C}{dt}$

$$\boxed{C\frac{d^2v_C}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{L}v_C = \frac{1}{R}\frac{dv_f}{dt}}$$

(b) Suponiendo $v_C(t) = e^{\lambda t}$

$$\Rightarrow \quad \lambda^2 C + \frac{\lambda}{R} + \frac{1}{L} = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda + 1 = 0$$ pues μF, kΩ, L, ms, mA, V son unidades "compatibles"

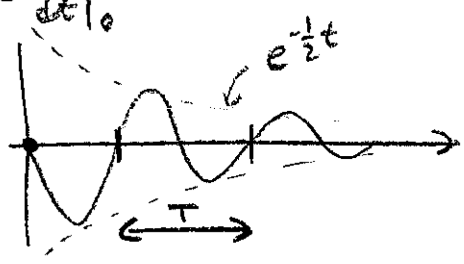
$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

por tanto $v_C(t)$ es una señal oscilatoria amortiguada

$v_C(0) = 0$

$i_L(0) = -C\left.\dfrac{dv_C}{dt}\right|_0 = 10$ [mA]

~~EYE — 30 de mayo de 2014~~



$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{4\pi}{\sqrt{3}}$ pues $\omega = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$