Nombre: Solución

ELO102 – S1 2015 – Control #3 – 30 de marzo de 2015

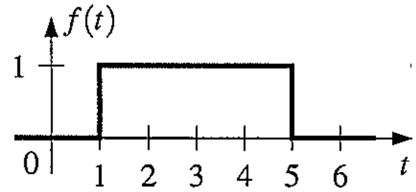
Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 2.1 *La respuesta de un sistema lineal e invariante en el tiempo, cuando la excitación es un impulso unitario $\delta(t)$ y las condiciones iniciales son iguales a cero, es igual a $r(t) = 2e^{-t}\mu(t)$.*

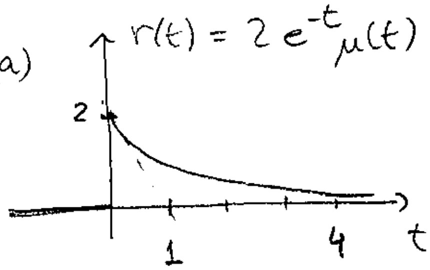
(a) Grafique la respuesta a impulso unitario dada.

(b) Determine la respuesta del sistema cuando la excitación es como en la figura, y las condiciones iniciales son cero.

(c) Grafique la respuesta obtenida en el punto anterior.



(a)



Se observa que $\tau = 1$ es la constante de tiempo por tanto para $4\tau = 4$ la exponencial (casi) alcanza su valor asintótico.

(b) Se sabe que $T\langle x(0)=0;\, \delta(t)\rangle = 2e^{-t}\mu(t)$

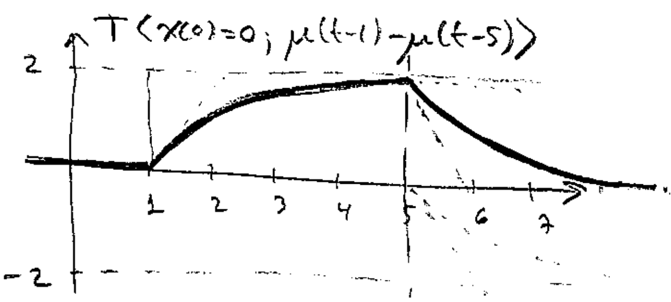
El sistema es LTI $\Rightarrow$ $T\langle x(0)=0;\, \mu(t)\rangle = \int_0^t 2e^{-\tau}\mu(\tau)\,d\tau$

$= 2(1-e^{-t})\mu(t)$

Por tanto $T\langle x(0)=0;\, \mu(t-1)-\mu(t-5)\rangle = 2(1-e^{-(t-1)})\mu(t-1)$

$- 2(1-e^{-(t-5)})\mu(t-5)$

(c)



Problema 2.2 *Considere el sistema definido por*

$$
\begin{aligned}
r(t) &= T\left\langle x(t_o) = x_o\,;\, e(t)\right\rangle \\
&= (t-t_o)x_o + \int_{t_o}^{t} e(\tau)d\tau \qquad \forall t \geq t_o
\end{aligned}
$$

(a) Determine si el sistema es lineal.

(b) Determine si el sistema es invariante en el tiempo.

(a) $T\langle x(t_0) = \alpha_1 x_{01} + \alpha_2 x_{02}\,;\, \beta_1 e_1(t) + \beta_2 e_2(t)\rangle$

$$= (t-t_0)(\alpha_1 x_{01} + \alpha_2 x_{02}) + \int_{t_0}^{t}[\beta_1 e_1(\tau) + \beta_2 e_2(\tau)]\, d\tau$$

$$= \alpha_1 (t_1 - t_0) x_{01} + \alpha_2 (t-t_0) x_{02} + \beta_1 \int_{t_0}^{t} e_1(\tau) d\tau + \beta_2 \int_{t_0}^{t} e_2(\tau) d\tau$$

$$= \alpha_1 T\langle x(t_0) = x_{01}\,;\, 0\rangle + \alpha_2 T\langle x(t_0) = x_{02}\,;\, 0\rangle$$

$$+ \beta_1 T\langle x(t_0) = 0\,;\, e_1(t)\rangle + \beta_2 T\langle x(t_0) = 0\,;\, e_2(t)\rangle$$

Por tanto el sistema es <u>lineal</u>

(b) Nos interesa la respuesta del sistema cuando

$$\tilde{e}(t) = e(\underbrace{t-T}_{\tilde{t}}) \quad y \quad x(\underbrace{t_0+T}_{\tilde{t}_0}) = x_0$$

$$\Rightarrow \tilde{r}(t) = T\langle x(t_0+T) = x_0\,;\, e(t-T)\rangle$$

$$= (t - \tilde{t}_0) x_0 + \int_{\tilde{t}_0}^{t} e(\tau - T)\, d\tau \qquad \tilde{\tau} = \tau - T$$

$$= (t-(t_0+T))x_0 + \int_{t_0}^{t-T} e(\tilde{\tau})\, d\tilde{\tau}$$

$$= (t - t_0 - T)x_0 + \int_{t_0}^{t-T} e(\tilde{\tau})\, d\tilde{\tau}$$

$$= r(t-T) \quad //$$

Por tanto el sistema ES invariante en el tiempo.