Nombre: Solución

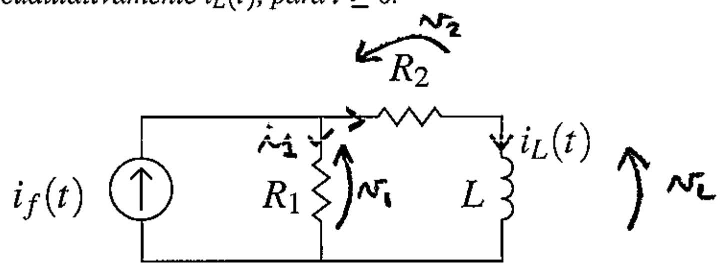
ELO102 – S1 2015 – Control #9 – 11 de mayo de 2015

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 9.1 *Considere el circuito de la figura en que* $i_f(t) = I_f[\mu(t) - \mu(t-t_1)]$ *y en que* $I_f > 0$, $t_1 > 0$. *La corriente inicial es el inductor es* $i_L(0) = 0$.

(a) *Determine la ecuación diferencial que satisface la corriente* $i_L(t)$.

(b) *Determine y grafique cualitativamente* $i_L(t)$, *para* $t \geq 0$.



(a) Definimos variables como en la figura

LCK: $i_f = i_1 + i_L$

LVK: $v_1 = v_2 + v_L$

III: $v_1 = R_1 i_1$

$v_2 = R_2 i_L$

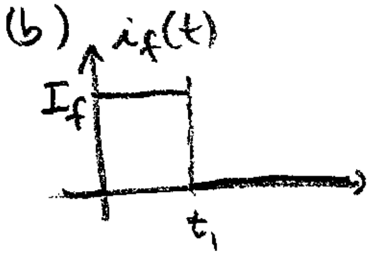
$v_L = L \frac{di_L}{dt}$

incógnitas: $\{v_1, v_2, v_L, i_1, i_L\}$

reemplazando en el LVK: $R_1 i_1 = R_2 i_L + L \frac{di_L}{dt}$

$$\boxed{R_1 i_f = (R_1 + R_2) i_L + L \frac{di_L}{dt}}$$

(b)



para $0 \leq t \leq t_1$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + (i_L(0) - i_L(\infty)) e^{-t/\tau} \qquad \tau = \frac{L}{R_1+R}$$

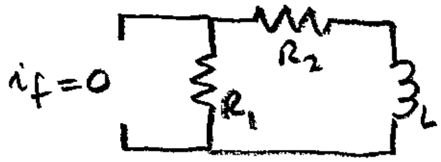
$i_L(0) = 0$

$i_L(\infty) = \frac{I_f R_1}{R_1 + R_2}$

$$\Rightarrow \quad i_L(t) = \frac{I_f R_1}{R_1 + R_2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \text{para } 0 \leq t \leq t_1$$

para $t \geq t_1$ $\quad i_L(t_1) = \frac{I_f R_1}{R_1 + R_2}\left(1 - e^{-t_1/\tau}\right)$

La fuente se "apaga" $i_f(t) = 0$ para $t > t_1$



$$i_L(t) = i_L(\infty) + \left(i_L(t_1) - i_L(\infty)\right) e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}}$$

en que $i_L(\infty) = 0$

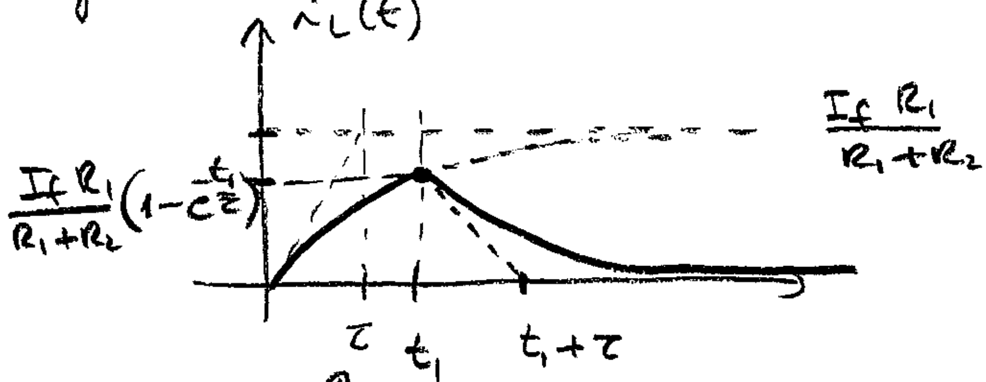
$i_L(t_1)$ como arriba

$\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$

$$\Rightarrow i_L(t) = \left[\frac{I_f R_1}{R_1 + R_2}\left(1 - e^{-t_1/\tau}\right)\right] e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}}$$

para $t \geq t_1$

Gráfico

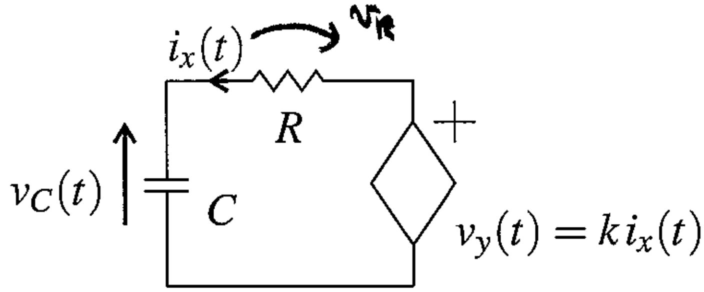


suponiendo $\tau < t_1$

Problema 9.2 *Considere el circuito de la figura en que la condición inicial es* $v_C(0) = V_0$. *Los datos son* R, C, k, V_0.

(a) *Determine la ecuación diferencial que satisface* $v_C(t)$.

(b) *Determine y grafique cualitativamente* $v_C(t)$, *para* $t \geq 0$.



(a) Definiendo variables como en la figura

LCK : — (una sola corriente : i_x)

LVK : $v_y = v_C + v_R$

III : $i_x = C \dfrac{dv_C}{dt}$

$v_R = R \, i_x$

$v_y = k \cdot i_x$

incógnitas $\{v_C, v_R, v_y, i_x\}$

Reemplazando en LVK $\quad k i_x = v_C + R i_x$

$$\boxed{0 = v_C + (R-k) C \frac{dv_C}{dt}}$$

(b) Sólo hay una condición inicial : $v_C(0) = V_0$

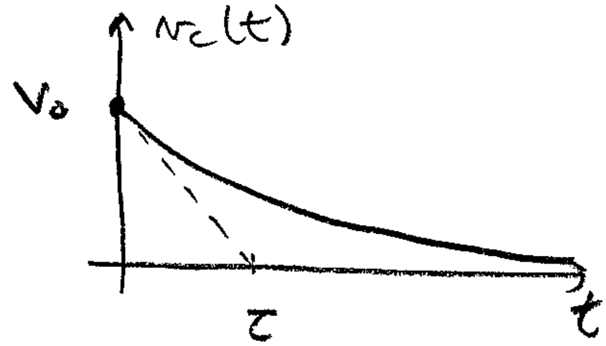
$\Rightarrow \quad v_C(t) = V_0 \, e^{-t/\tau}$ en que $\tau = (R-k) C$

Note que el signo de τ depende de k y R

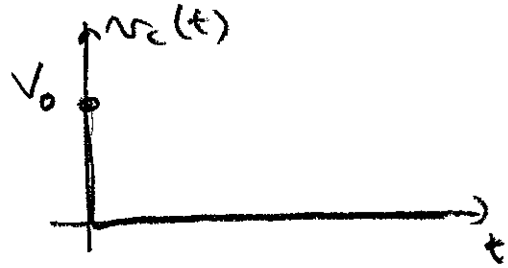
[redacted]

Si

i) $k < R \Rightarrow \tau > 0$



ii) $k = R \Rightarrow \tau = 0 \Rightarrow$ ¡$v_c = 0$! (instantánea-mente, en teoría)



iii) $k > R \Rightarrow \tau < 0 \Rightarrow$ ¡la exponencial $e^{-\frac{t}{\tau}}$ es creciente en el tiempo!