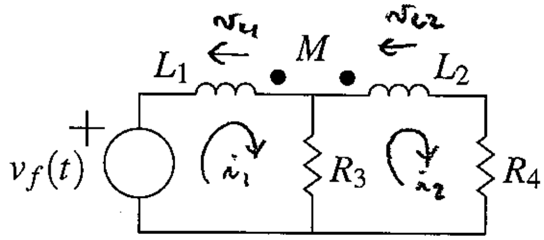
Nombre: Solución

ELO102 – S1 2016 – Control #13 – 2 de julio de 2016

Responda SOLO UNO de los problemas propuestos. Indique cuál responde: 13.1 13.2

Problema 13.1 *En el circuito de la figura, $v_f(t) = A\cos(\omega t + \phi)$. Determine la transformada fasorial de la corriente en estado estacionario que entrega la fuente de voltaje.*



Las ecuaciones de análisis se pueden plantear por el método de corrientes de malla:

$$v_f(t) = v_{L1} + R_3(i_1 - i_2) = L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} + R_3(i_1 - i_2)$$

$$0 = R_3(i_2 - i_1) + v_{L2} + R_4 i_2 = R_3(i_2 - i_1) + L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} + R_4 i_2$$

Aplicando Transformación Fasorial

$$V_f = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 + R_3(I_1 - I_2)$$

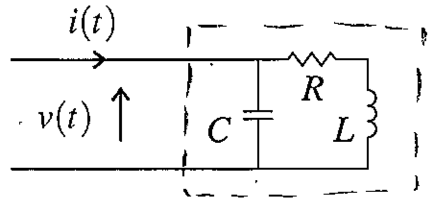
$$0 = R_3(I_2 - I_1) + j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 + R_4 I_2$$

Matricialmente
$$\begin{bmatrix} j\omega L_1 + R_3 & -j\omega M - R_3 \\ -R_3 - j\omega M & j\omega L_2 + R_3 + R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

Despejando
$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} V_f & -j\omega M - R_3 \\ 0 & j\omega L_2 + R_3 + R_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j\omega L_1 + R_3 & -R_3 - j\omega M \\ -R_3 - j\omega M & j\omega L_2 + R_3 + R_4 \end{vmatrix}} = \frac{V_f(j\omega L_2 + R_3 + R_4)}{\left[(j\omega L_1 + R_3)(j\omega L_2 + R_3 + R_4) - (R_3 + j\omega M)^2\right]}$$

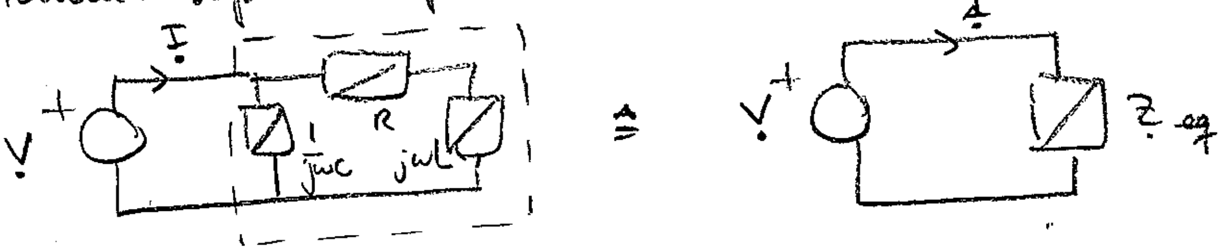
$$I_1 = |I_1| \angle I_1$$

Problema 13.2 *En la figura, si $v(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, determine la corriente $i(t)$ en estado estacionario.*



$$v(t) = A\cos(\omega t + \phi) \Rightarrow \dot{V} = \frac{A}{\sqrt{2}} \angle \phi$$

El circuito se puede representar en el dominio de la T. Fasorial



$$Z_{eq} = \frac{1}{j\omega C} \,\|\, (R + j\omega L) = \frac{\frac{1}{j\omega C}(R + j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C} + R + j\omega L}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{Z}_{eq} = \frac{R + j\omega L}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC} = \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \angle \operatorname{Arctg}(\omega L / R)}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} \angle \alpha} = |\dot{Z}_{eq}| \angle \measuredangle \dot{Z}_{eq}$$

$$\text{en que } \alpha = \begin{cases} \operatorname{Arctg}\left(\frac{\omega RC}{1-\omega^2 LC}\right) & \text{si } 1-\omega^2 LC > 0 \left(\Leftrightarrow \omega < \frac{1}{\sqrt{LC}}\right) \\ \pi + \operatorname{Arctg}\left(\frac{-\omega RC}{\omega^2 LC - 1}\right) & \text{si } 1-\omega^2 LC < 0 \left(\Leftrightarrow \omega > \frac{1}{\sqrt{LC}}\right) \end{cases}$$

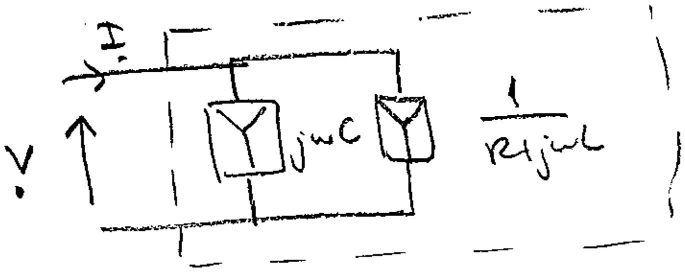
$$\Rightarrow \quad \dot{I} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}_{eq}} = \frac{A}{\sqrt{2}\,|\dot{Z}_{eq}|} \angle \phi - \measuredangle \dot{Z}_{eq}$$

$$\Rightarrow \quad i(t) = \frac{A}{|\dot{Z}_{eq}|} \cos(\omega t + \phi - \measuredangle \dot{Z}_{eq})$$

Otra forma es usando admitancias

$$\dot{Y}_{eq} = j\omega C + \frac{1}{R+j\omega L}$$

$$= \frac{R}{R^2+(\omega L)^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}\right)$$



$$\Rightarrow \quad \dot{I} = \dot{V}\,\dot{Y}_{eq} = \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\angle\phi\right)\sqrt{\left(\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}\right)^2}\;\angle\alpha$$

$$\alpha = \text{Arctg}\left(\frac{\omega C - \dfrac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}}{\dfrac{R}{R^2+(\omega L)^2}}\right)$$

$$= \text{Arctg}\left(\frac{\omega C\left(R^2+(\omega L)^2\right) - \omega L}{R}\right)$$