

Nombre:

Solución

ELO102 – S1 2016 – Control #1 – 14 de marzo de 2015

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 1.1 Para la función $f(t)$ en la parte superior de la figura

- Determine una expresión analítica
- Haga un gráfico de su derivada $\frac{df(t)}{dt}$, y
- Haga un gráfico de su integral definida $\int_0^t f(x)dx$:

(a) La señal es una sinusoidal desplazada hacia abajo.
Es de la forma

$$f(t) = A + B \cos(\omega t + \phi)$$

Del gráfico: $A = -1$
 $B = 2$

(período aprox es 2) $\omega = \frac{2\pi}{2} = \pi$

El ángulo ϕ puede determinarse a partir de la condición $f(0) = 0$

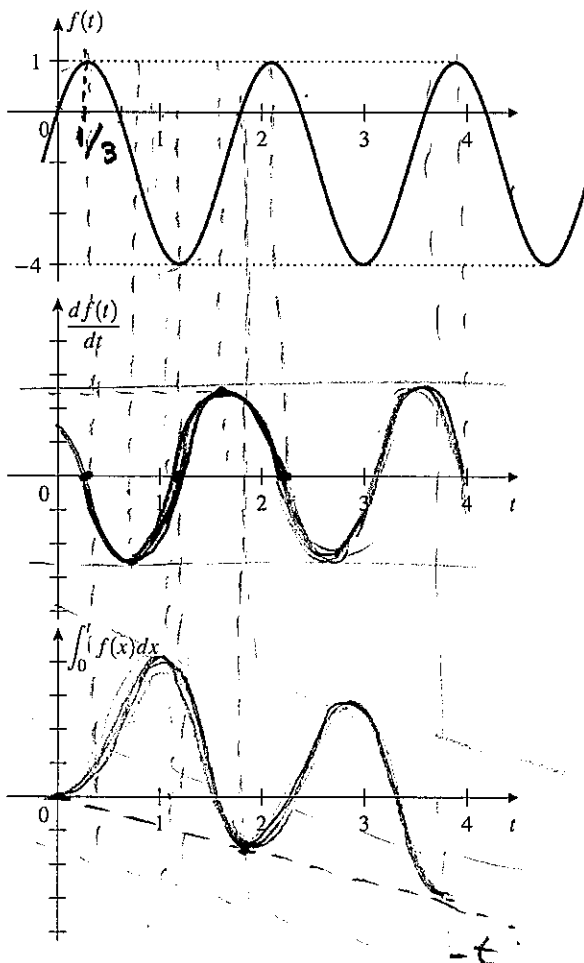
$$-1 + 2 \cos(\pi \cdot 0 + \phi) = 0$$

$$\cos(\phi) = \frac{1}{2}$$

$$\phi = \pi/3 \text{ o } -\pi/3$$

$$\therefore f(t) = -1 + 2 \cos(\pi t - \pi/3)$$

pues debe ser como en la figura



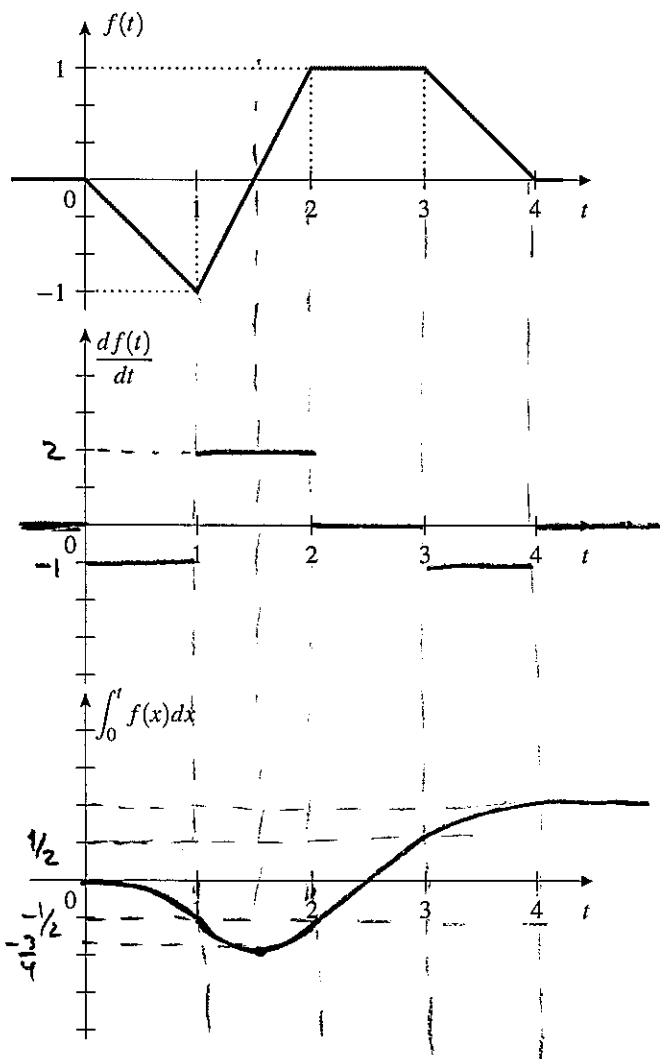
(b) $f'(t) = -2\pi \sin(\pi t - \pi/3)$

En el gráfico son importantes los puntos de pendiente máxima positiva, negativa y pendiente cero.

(c) $\int_0^t f(x)dx = -t + \frac{2}{\pi} \sin(\pi t - \pi/3) - \sin(-\pi/3)$

Problema 1.2 Para la función $f(t)$ en la parte superior de la figura

- Determine una expresión analítica
- Haga un gráfico de su derivada $\frac{df(t)}{dt}$, y
- Haga un gráfico de su integral definida $\int_0^t f(x)dx$:



$$(a) \quad f(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ -t & 0 \leq t < 1 \\ 2t-3 & 1 \leq t < 2 \\ 1 & 2 \leq t < 3 \\ -t+4 & 3 \leq t < 4 \\ 0 & t \geq 4 \end{cases}$$

$$(b) \quad \frac{df}{dt} = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ -1 & 0 \leq t < 1 \\ 2 & 1 \leq t < 2 \\ 0 & 2 \leq t < 3 \\ -1 & 3 \leq t < 4 \\ 0 & t \geq 4 \end{cases}$$

(pendiente de la recta q'te)

$$(c) \quad \int_0^t f(x)dx = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ -t^2/2 & 0 \leq t < 1 \\ (t-\frac{3}{2})^2 - \frac{3}{4} & 1 \leq t < 2 \\ (t-\frac{5}{2}) & 2 \leq t < 3 \\ (t-4)^2 + 1 & 3 \leq t < 4 \\ 1 & t \geq 4 \end{cases}$$

(área bajo la curva $f(t)$)