Nombre:

ELO102 – S1 2016 – Control #2 – 21 de marzo de 2016

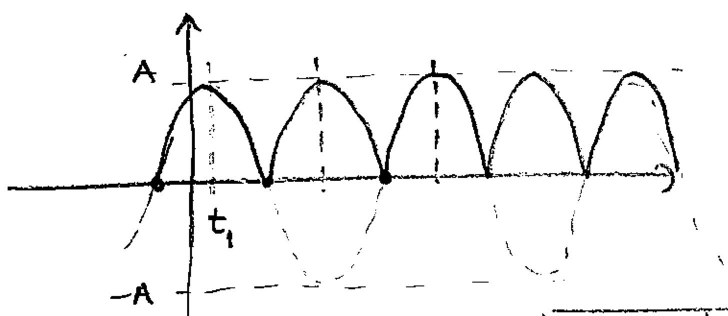
Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 1.1 *Considere la señal* $f(t) = |A\cos(\omega t + \phi)|$, en que $A > 0$

(a) Haga un gráfico cualitativamente correcto de $f(t)$

(b) Determine sus valores característicos: máximo, minimo, valor medio, valor efectivo, ~~energía y potencia.~~

(a) La señal es una sinusoide de la cual se considera sólo su valor absoluto, es decir, queda "rectificada"



$t = t_1$ es cuando $\omega t_1 + \phi = 0 \Rightarrow \boxed{t_1 = -\phi/\omega}$

La señal tiene período $T = \frac{2\pi}{\omega} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{\omega}$ (La sinusoide es de período $\frac{2\pi}{\omega}$)

(b) Directamente se observa que $f_{MAX} = A$

y $f_{MIN} = 0$

El valor medio es para medio período de una sinusoide

$$\bar{f} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} A\cos(\omega t)\,dt = \frac{A}{T}\frac{1}{\omega}\left(\text{sen}\left(\frac{\omega T}{2}\right) - \text{sen}\left(-\frac{\omega T}{2}\right)\right) \quad \text{en que } T = \frac{\pi}{\omega}$$

$$= \frac{A}{\pi}\, 2 \cdot \cancel{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{2}{\pi} A$$

El valor efectivo (al cuadrado) es:

$$f_{RMS}^2 = f_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} A^2\cos^2(\omega t)\,dt = \frac{A^2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \frac{\cos(2\omega t) + 1}{2}\,dt \quad \text{en que } T = \frac{\pi}{\omega}$$

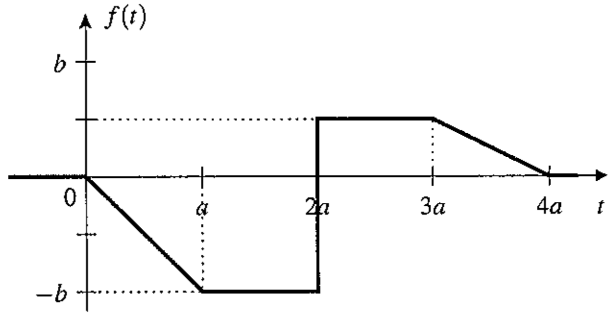
$$= \frac{A^2}{T}\frac{1}{2}\left[\frac{\text{sen}(2\omega t)}{2\omega} + t\right]_{-T/2}^{T/2}$$

$$= \frac{A^2}{2} \Rightarrow f_{ef} = A/\sqrt{2}$$

Problema 1.2 *Para la función $f(t)$ en la parte superior de la figura*

(a) Determine una expresión analítica

(b) Determine sus valores característicos en el intervalo $[0,4a]$: máximo, minimo, valor medio, valor efectivo, ~~energía y potencia~~



(a) $$f(t) = \begin{cases} 0 & ; t<0 \\ -\frac{b}{a}t & ; 0 \leq t < a \\ -b & ; a \leq t < 2a \\ b/2 & ; 2a \leq t < 3a \\ -\frac{b}{2a}(t-2a) & ; 3a \leq t < 4a \\ 0 & ; 4a \leq t \end{cases}$$

(también puede expresarse usando rampas y escalones:

$$f(t) = -\frac{b}{a} r(t) + \frac{b}{a} r(t-a) + \frac{3}{2} b \mu(t-2a) - \frac{b}{2a} r(t-3a) + \frac{b}{2a} r(t-4a)$$)

(b) Del gráfico es directo $f_{MAX} = b/2$

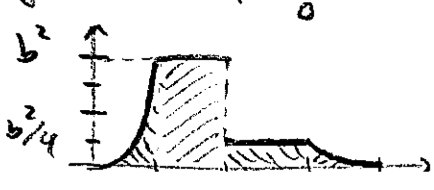
$f_{MIN} = -b$

El valor medio puede calcularse con las áreas bajo la función $f(t)$:

$$\bar{f} = \frac{1}{4a}\int_0^{4a} f(t)dt = \frac{1}{4a}\left(-\frac{b\cancel{a}}{\cancel{2}} - ba + \frac{b}{\cancel{2}}\cancel{a} + \frac{b}{2}\cdot\frac{a}{2}\right) = \frac{-3ab}{16}$$

El valor efectivo (al cuadrado) es:

$$f_{ef}^2 = f_{RMS}^2 = \frac{1}{4a}\int_0^{4a} f^2(t)dt = \frac{1}{4a}\left[\frac{ab^2}{3} + ab^2 + \frac{ab^2}{4} + \frac{ab^2}{4\cdot 3}\right]$$



$$= \frac{b^2}{4}\cdot\frac{4+12+3+1}{12} = \frac{5}{12}b^2$$

$$\Rightarrow f_{ef} = \sqrt{5/12}\, b$$