

Nombre:

Solución

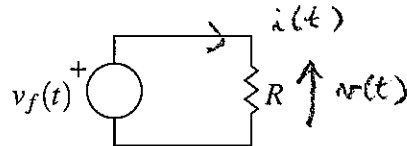
ELO102 – S1 2016 – Control #6 – 25 de abril de 2016

Responda SOLO UNO de los problemas propuestos. Indique claramente cuál responde:

6.1

6.2

Problema 6.1 Considere la red de la figura en que la fuente de tensión $v_f(t)$ es una señal periódica de periodo T .



Demuestre que la potencia promedio absorbida por la resistencia es igual a

$$\bar{p} = v_{RMS} i_{RMS}$$

en que v_{RMS} e i_{RMS} son los valores efectivos del voltaje y la corriente por la resistencia, respectivamente.

El voltaje en la resistencia R es $v(t) = v_f(t)$

Su valor efectivo es $v_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v_f^2(t) dt}$

La corriente es $i(t) = \frac{v_f(t)}{R}$ pues se cumple la ley de Ohm

Su valor efectivo es $i_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{v_f^2(t)}{R^2} dt} = \frac{1}{R} v_{RMS}$

La potencia instantánea absorbida por la resistencia es

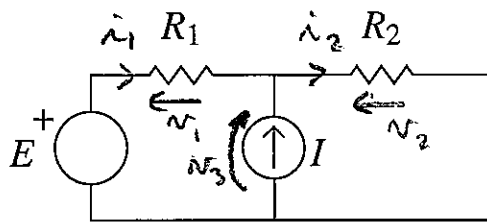
$$p(t) = v_f(t) i(t) = \frac{v_f^2(t)}{R}$$

Por tanto la potencia promedio es

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v_f^2(t)}{R} dt = \frac{1}{R} v_{RMS}^2$$

$$= v_{RMS} i_{RMS}$$

Problema 6.2 Considere la red de la figura, en que E , I , R_1 y R_2 son constantes positivas conocidas.



Determine qué condiciones deben satisfacer E y I para que ambas fuentes **entreguen** potencia.

En primer lugar, se definen las señales en la red.

$$\text{LCK: } i_1 + I - i_2 = 0$$

$$\text{LVK: } E - v_1 - v_3 = 0$$

$$v_3 - v_2 = 0$$

$$\text{III: } v_1 = R_1 i_1$$

$$v_2 = R_2 i_2$$

5 ecuaciones l.i. /
5 incógnitas (v_1, i_1, v_2, i_2, v_3)

$$\text{Del LVK: } E - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0$$

$$\text{del LCK: } i_2 = i_1 + I$$

2 ec. l.i. / 2 incógnitas

$$\Rightarrow E = R_1 i_1 + R_2 (i_1 + I)$$

$$\Rightarrow \boxed{i_1 = \frac{E - R_2 I}{R_1 + R_2}}$$

Por tanto, la fuente de voltaje entrega potencia si $p_1 = E i_1 = \frac{E(E - R_2 I)}{R_1 + R_2}$ es positivo, es decir, si y solo si $\boxed{E - R_2 I > 0}$

$$\text{Por su parte, } v_3 = v_2 = R_2 i_2 = R_2 (i_1 + I)$$

$$= R_2 \left(\frac{E - R_2 I}{R_1 + R_2} + I \right)$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} (E + R_1 I)$$

JYE - 24 de abril de 2016

Por tanto, la fuente de corriente entrega $p_2 = v_3 I = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2} (E + R_1 I) > 0$ que es siempre positiva, es decir, siempre entrega potencia.