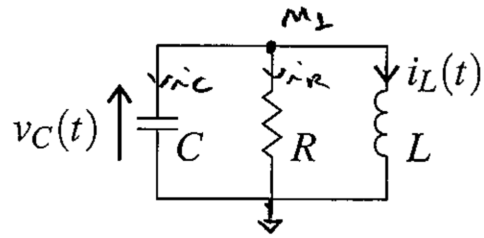
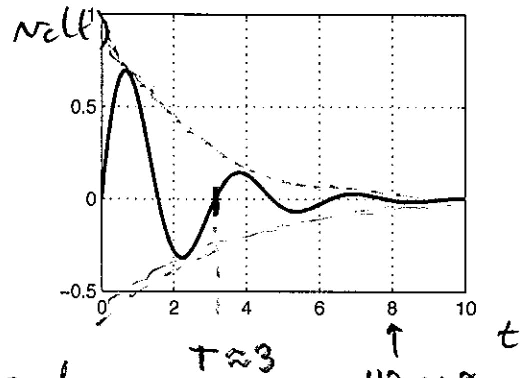
Nombre: Solución

ELO102 – S1 2016 – Control #9 – 30 de mayo de 2016

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde: 9.1 9.2

Problema 9.1 *Considere la red RLC y la figura que muestra el voltaje en el condensador $v_C(t)$ para $t \geq 0$. Proponga valores para R, L, C y las condiciones iniciales $v_C(0)$ e $i_L(0)$, que sean coherentes con la respuesta del sistema que se muestra.*





1) Ecuaciones de análisis de la red

LCK en M_1: $i_C + i_R + i_L = 0$

$$C\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{R}v_C + \frac{1}{L}\int v_C dt = 0 \qquad \frac{d}{dt}$$

$\therefore$ la EDO para $v_C(t)$ es $\boxed{\dfrac{d^2v_C}{dt^2} + \dfrac{1}{RC}\dfrac{dv_C}{dt} + \dfrac{1}{LC}v_C = 0}$

2) Si $v_C(t) = e^{\lambda t} \Rightarrow \lambda^2 + \frac{1}{RC}\lambda + \frac{1}{LC} = 0$ (ec. característica)

Para que haya oscilación como en la figura derecha, las soluciones deben ser complejos conjugados:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = \frac{-1}{2RC} \pm \frac{1}{2RC}\sqrt{1 - \frac{R^2C}{L}}$$

$$= \frac{-1}{2RC} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{1}{2RC}\right)^2} = -\frac{1}{\tau} \pm j\omega_0$$

Condiciones

i) $\boxed{v_C(0) = 0}$, $v_C'(0) = \frac{1}{C}\left(-i_L(0) - \cancel{\frac{v_C(0)}{R}}\right) > 0 \Rightarrow \boxed{i_L(0) < 0}$

ii) Del dibujo $4\tau \approx 8 \Rightarrow \tau \approx 2 \Rightarrow 2RC \approx 2 \Rightarrow RC \approx 1$

iii) Del dibujo $T \approx 3 \Rightarrow \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{1}{3} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4}} \approx \frac{2\pi}{3}$

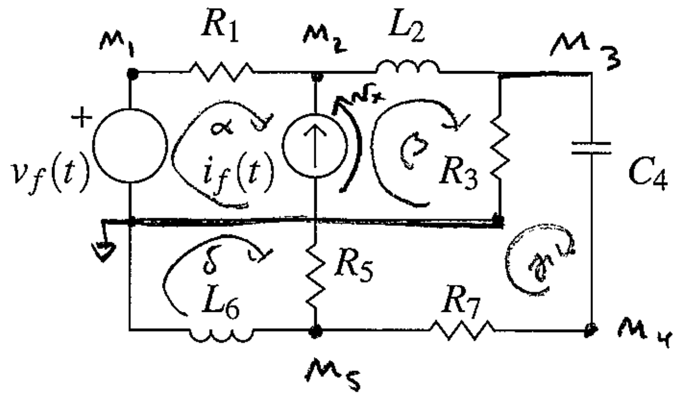
(Por ejemplo, $R = 10$ $L \approx 2.3$
$C = 0.1$ $i_L(0) = -1$ $v_C(0) = 0$)

Solución

Problema 9.2 *Considere el circuito de la figura*

(a) *Plantee un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red.*

(b) *Si $v_f(t) = V_f$ e $i_f(t) = I_f$ (es decir, son fuentes constantes), determine la corriente en el inductor L_2 en estado estacionario.*



(a)

Por voltajes de nodo

$$v_{m1} = v_f$$

$$\frac{v_{m2}-v_{m1}}{R_1} + \frac{1}{L}\int (v_{m2}-v_{m3})\,dt = i_f$$

$$\frac{1}{L}\int (v_{m3}-v_{m2})\,dt + \frac{v_{m3}}{R_3} + C_4\frac{d}{dt}(v_{m3}-v_{m4}) = 0$$

$$\frac{d}{dt}(v_{m4}-v_{m3}) + \frac{(v_{m4}-v_{m5})}{R_7} = 0$$

$$\frac{v_{m5}-v_{m4}}{R_7} + \frac{v_{m5}}{R_5} + \frac{1}{L}\int v_{m5}\,dt = 0$$

(5 ecs / 5 incógnitas)

Por corrientes de malla

$$R_1 i_\alpha + v_x = v_f$$

$$v_x + L_2\frac{d}{dt} i_\beta + R_3(i_\beta - i_\gamma) = 0$$

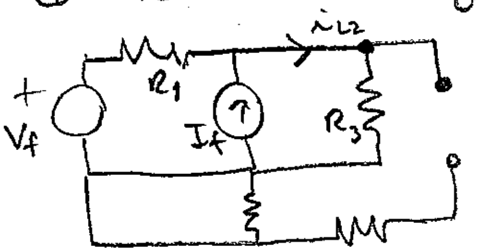
$$R_3(i_\gamma - i_\beta) + \frac{1}{C}\int i_\gamma\,dt + R_7 i_\gamma + R_5(i_\gamma - i_\delta) =$$

$$R_5(i_\delta - i_\gamma) + L_6\frac{d}{dt} i_\delta = 0$$

$$-i_\alpha + i_\beta = i_f$$

(5 ecs / 5 incógnitas)

(b) En estado estacionario con fuentes constantes, todos los voltajes y corrientes son constantes. Por tanto los inductores se comportan como corto circuito y el condensador como circuito abierto:



Por superposición

$$i_{L2} = \frac{V_f}{R_1+R_3} + \frac{R_1 I_f}{R_1+R_3}$$ en estado estacionario.