ELO102 – Teoría de Redes I – S1 2017
Ayudantía #2 y #3: 27 de marzo al 7 de abril

Problema 2.1 *Considere el estanque de la figura en que*

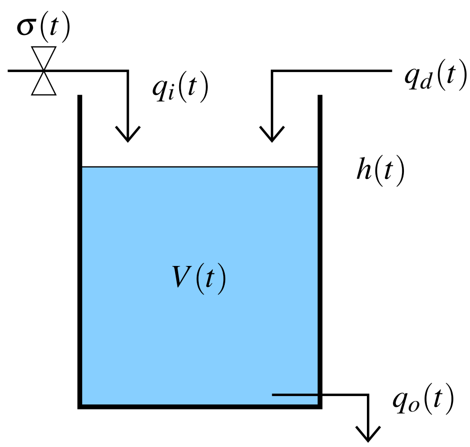
$V(t)$ *y* $h(t)$ *son, respectivamente, el volumen y nivel de líquido en el estanque (A es el área de la sección transversal),*

$q_i(t) = k_i\,\sigma(t)$ *es el caudal de entrada que depende de la apertura de la válvula* $0 \leq \sigma(t) \leq 1$,

$q_d(t)$ *es otro caudal que llega al estanque el cual no es posible manipular,*

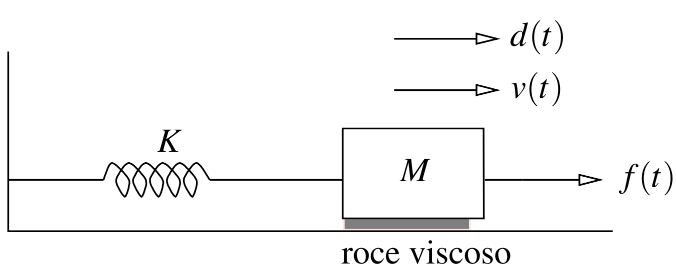
$q_o(t) = k_o\sqrt{h(t)}$ *es el caudal de flujo libre en la base del estanque que depende del nivel* $h(t) \geq 0$

1. *Identifique claramente las señales del sistema, distinguiendo entre entradas y salidas.*
2. *Identifique claramente la(s) condición(es) inicial(es).*
3. *Determine la(s) ecuación(es) diferencial(es) que modela(n) el sistema.*
4. *Si* $q_d(t) = 0$, $\sigma(t) = 1$ *y* $h(0) = h_o$, *¿es posible determinar* $h(t)$ *para* $t > 0$*?*



Problema 2.2 *En la figura se muestra un sistema masa-resorte-roce. El roce viscoso se puede modelar como proporcional a la velocidad de desplazamiento de la masa.*

1. *Identifique claramente las señales del sistema, distinguiendo entre entradas y salidas.*
2. *Identifique claramente la(s) condición(es) inicial(es).*
3. *Determine la(s) ecuación(es) diferencial(es) que modela(n) el sistema.*



Problema 2.3 *Un sistema invariante en el tiempo tiene entrada $e(t) \in \mathbb{R}$, salida $y(t) \in \mathbb{R}$ y estado inicial $x_o \in \mathbb{R}$. Se sabe que*

$$y(t) = x_o + 2\frac{d\,e(t)}{dt}$$

*Demuestre que el sistema es **lineal**.*

Problema 2.4 *La respuesta $r(t)$ de un sistema S cuando su condición inicial es x_o y su entrada es $e(t)$ está dada por*

$$r(t) = T\left\langle x(t_o) = x_o\,;\, e(t)\right\rangle = -x_o \cdot e(t) \qquad ; t \geq t_o$$

Determine si el sistema es lineal e invariante en el tiempo.

Problema 2.5 *Un sistema lineal e invariante en el tiempo satisface*

$$\begin{aligned} T\langle 2, te^{-3t}\rangle &= 3e^{-2t} - (1+t)e^{-3t} \\ T\langle 3, 0\rangle &= 3e^{-2t} \end{aligned}$$

Determine $T\langle 1, e^{-3t}\rangle$.
Sugerencia*: la derivada de te^{-3t} es igual a $e^{-3t} - 3t\,e^{-3t}$.*
(Las condiciones iniciales están dadas para $t = 0$)

Problema 2.6 *La respuesta de un sistema es*

$$r(t) = e^{-a(t-t_0)}x_{t_0} + \int_{t_0}^{t} e^{-a(t-\tau)}e(\tau)d\tau \qquad ; t \geq t_0$$

Determine si el sistema es lineal e invariante en el tiempo.

Problema 2.7 *La respuesta $r(t)$ de un sistema con estado inicial $x(t_o) = x_o$ y excitación $e(t)$, está dada por*

$$\begin{aligned} r(t) &= T\langle x(t_o) = x_o; e(t)\rangle \\ &= (t-\alpha)x_o + \beta(e(t))^n \qquad \forall t \geq t_o \end{aligned}$$

Determine condiciones sobre α, β y n para que el sistema sea lineal e invariante en el tiempo.