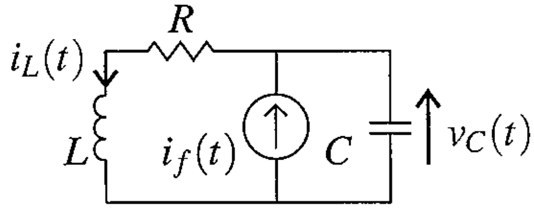
Nombre: Solución

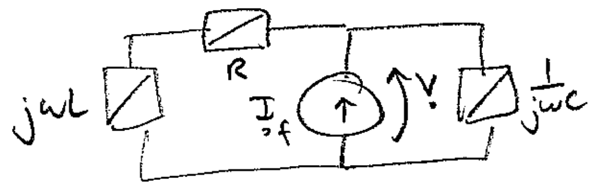
ELO102 – S1 2017 – Control #13 – 30 de junio de 2017

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

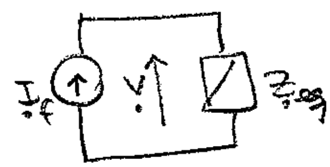
Problema ~~10~~ 13.1 *En la red de la figura,* $R = 1[k\Omega]$, $L = 1[H]$, $C = 1[\mu F]$ *e* $i_f(t) = \cos(\omega t)$. *Determine para que valor de la frecuencia* ω *la amplitud del voltaje en la fuente en estado estacionario es máxima.*



La excitación es sinusoidal y se desea obtener el e.e. Para ello se puede expresar el circuito en el dominio de la transformada fasorial:



$\hat{=}$



en que $\dot I_f = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle 0$ y $\dot Z_{eq} = \frac{1}{j\omega C} \,//\, (j\omega L + R)$

$$= \frac{\frac{1}{j\omega C}(j\omega L + R)}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R} = \frac{j\omega L + R}{(1-\omega^2 LC) + j\omega RC}$$

La amplitud del voltaje en la fuente, depende del módulo de su transformada fasorial:

$$\dot V = \dot Z_{eq}\dot I_f \Rightarrow |\dot V| = |\dot Z_{eq}||\dot I_f| = \frac{\sqrt{(\omega L)^2 + R^2}}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Maximizar $|\dot V|$ es equivalente a maximizar $|\dot V|^2$:

$$\frac{d}{d\omega}(|\dot V|^2) = \frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega^2+1}{(1-\omega^2)^2+\omega^2}\right) = \frac{2\omega((1-\omega^2)^2+\omega^2) - (\omega^2+1)(2(1-\omega^2)(-2\omega)+2\omega)}{((1-\omega^2)^2+\omega^2)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\omega(1-2\omega^2+\omega^4+\omega^2-(\omega^2+1)(-2+2\omega^2+1)) = 0$$

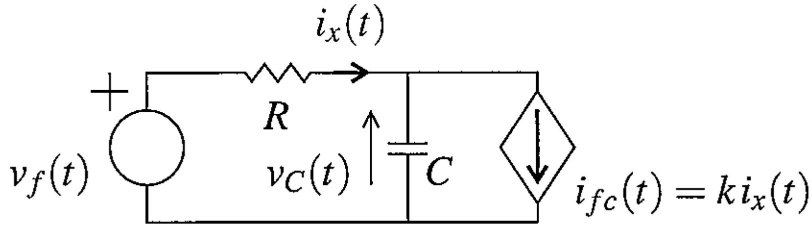
$$(\cancel{1}\cancel{-\omega^2}+\omega^4\cancel{+2\omega^2}-2\omega^4\cancel{-\omega^2}+2-2\omega^2\cancel{-1}) = 0$$

$$+\omega^4+2\omega^2-2 = 0$$

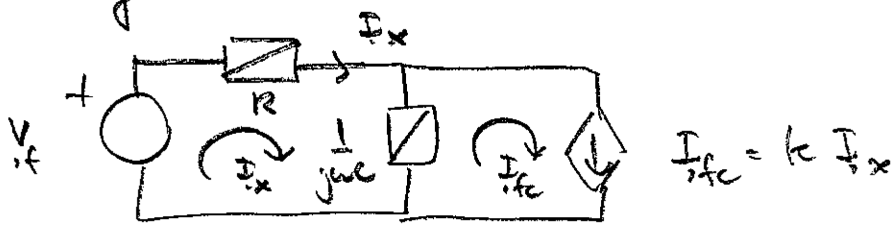
$$\omega^2 = -1 \pm \sqrt{1+2} \Rightarrow \omega = \sqrt{-1+\sqrt{3}}$$

$\boxed{\text{Solución}}$

Problema 10.2 *En la red de la figura, determine la impedancia equivalente vista desde los terminales de la fuente independiente de voltaje.*



Planteamos corrientes de mallas en el dominio de la transformada fasorial:



LVK: $\underset{\cdot}{V}_f = R \underset{\cdot}{I}_x + \frac{1}{j\omega C}(\underset{\cdot}{I}_x - \underset{\cdot}{I}_{fc})$

pero $\underset{\cdot}{I}_{fc} = k \underset{\cdot}{I}_x$

$$\Rightarrow \quad \underset{\cdot}{V}_f = \underbrace{\left[R + \frac{1}{j\omega C}(1-k)\right]}_{\underset{\cdot}{Z}_{eq}} \underset{\cdot}{I}_x$$