Nombre: Solución

ELO102 – S1 2017 – Control #3 – 7 de abril de 2017

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 3.1 *Un sistema con excitación $e(t)$, respuesta $r(t)$ y condición inicial $r(t_o) = R_o$ y está modelado por la ecuación diferencial*

$$\frac{d\,r(t)}{dt} = (t - t_o)\cos(e(t))$$

(a) Determine si el sistema es lineal.

(b) Determine si el sistema es invariante en el tiempo.

Fundamente claramente su respuesta.

La respuesta del sistema puede despejarse como

$$r(t) = \int_{t_x}^{t} (\tau - t_o)\cos(e(\tau))\,d\tau$$

pero al incluir la c.i. $r(t_o) = R_o$ se obtiene...

$$r(t) = r(t_o) + \int_{t_o}^{t} (\tau - t_o)\cos(e(\tau))\,d\tau$$

(a) El sistema no es lineal pues, por ejemplo,

$$T\langle r(t_o)=0\,;2e(t)\rangle = \int_{t_o}^{t} (\tau - t_o)\cos(2e(t))\,d\tau \neq 2\int_{t_o}^{t} (\tau - t_o)\cos(e(t))\,d\tau = 2\,T\langle r(t_o)=0\,;e(t)\rangle$$

es decir, no cumple homogeneidad.

(b) Para analizar la invariancia en t calculamos

$$T\langle r(t_o+T)=R_o\,;e(t-T)\rangle = R_o + \int_{t_o+T}^{t} (\tau-(t_o+T))\cos(e(\tau-T))\,d\tau$$

mientras que

$$r(t-T) = R_o + \int_{t_o}^{t-T} (\tau - t_o)\cos(e(\tau))\,d\tau$$

$\eta = \tau + T$

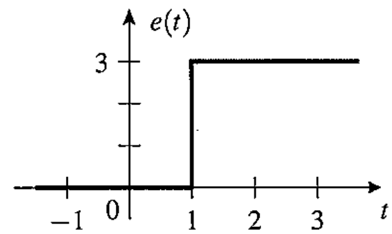
$$= R_o + \int_{t_o+T}^{t} (\eta - T - t_o)\cos(e(\eta - T))\,d\eta$$

es decir el sistema SI es invariante en el tiempo.

Problema 3.2 *La respuesta a impulso de un sistema lineal e invariante en el tiempo, con condiciones iniciales iguales a cero, es*

$$r(t) = T\langle x(0) = 0; \delta(t)\rangle = e^{-t}\mu(t)$$

Determine y grafique la respuesta del sistema cuando la excitación es como en la figura y las condiciones iniciales son iguales a cero. Fundamente claramente su respuesta.



La señal de la figura se puede expresar como $e(t) = 3\mu(t-1)$

Dado que el sistema es LTI, la respuesta a escalón se puede obtener a partir de la respuesta a impulso

$$T\langle 0; \mu(t)\rangle = T\langle 0; \int_{t_0}^{t} \delta(\tau)d\tau\rangle = \int_{t_0}^{t} T\langle 0; \delta(\tau)\rangle d\tau$$

$$= \int_{t_0}^{t} e^{-\tau}\mu(\tau)d\tau \quad \text{(suponemos } t_0 \to -\infty\text{)}$$

$$= \int_{0}^{t} e^{-\tau}d\tau = (1-e^{-t})\mu(t)$$

Por tanto $T\langle 0; 3\mu(t-1)\rangle = 3(1-e^{-(t-1)})\mu(t-1)$