

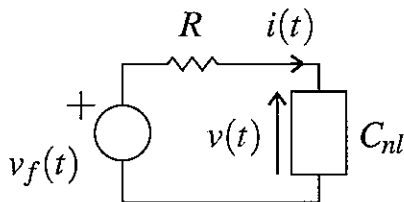
Nombre:

Solución

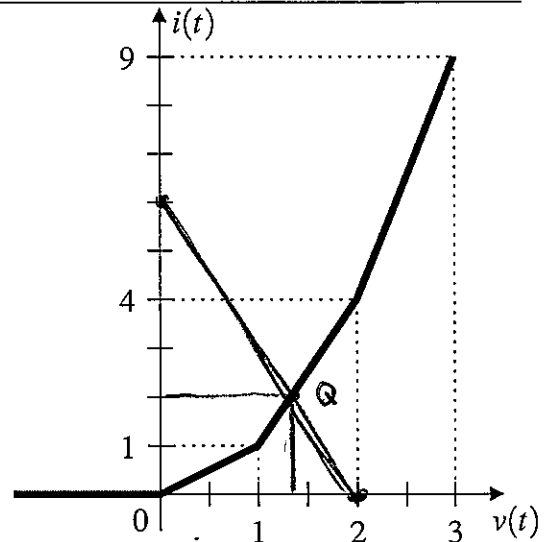
ELO102 – S1 2017 – Control #6 – 5 de mayo de 2017

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 6.1 En la red de la figura, $R = 1/3[\Omega]$, $v_f(t) = 2 + a\cos(t)[V]$ y la componente C_{nl} está definida por su característica en el plano v/i .



Determine el máximo valor de $a > 0$ tal que la corriente $i(t)$ aun sea sinusoidal.



Para hacer el análisis, en primer lugar determinemos el punto de operación dado por $v_f(t) = 2$

Para ello usamos LK: $v_f = Ri + v \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{3}i + v$
y hacemos la intersección con la característica v/i de la componente no lineal C_{nl} . Note que si $2 = \frac{1}{3}i + v \Rightarrow \begin{cases} v=0 \Rightarrow i=6 \\ i=0 \Rightarrow v=2 \end{cases}$

En la figura, el segmento de recta de C_{nl} en el punto Q está dado por $i = 3v - 2$

Por tanto Q es solución de $\begin{cases} v + \frac{1}{3}i = 2 \\ 3v - i = -2 \end{cases} \Rightarrow (v = \frac{4}{3}; i = 2) = Q$

Para que $i(t)$ sea sinusoidal, cuando $v_f(t) = 2 + a\cos(\omega t)$, entonces a debe ser tal que $1 \leq i(t) \leq 4$ (o bien $1 \leq v(t) \leq 2$) que es un segmento lineal en la característica C_{nl} .

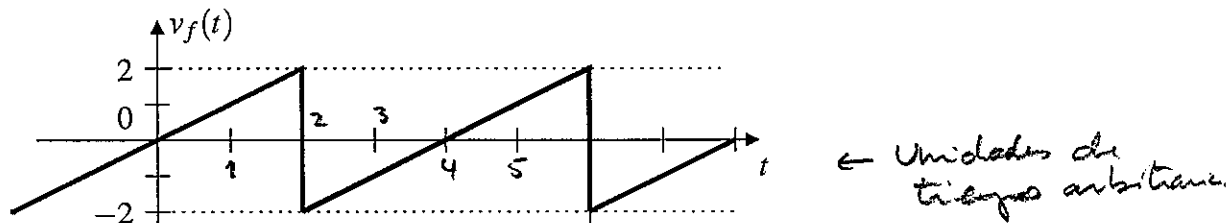
Note que, en dicho segmento, $\frac{di}{dv} = 3$, por tanto LOCALMENTE C_{nl} es como una resistencia de $\frac{1}{3}[\Omega]$. A pequeña señal:

$v_{ss}(t)$ $\frac{1}{3} \Delta v$ en que $v_{ss}(t) = a\cos(\omega t) \Rightarrow \Delta v(t) = \frac{a}{2}\cos(\omega t)$
y $v(t) = \frac{4}{3} + \frac{a}{2}\cos(\omega t)$

Finalmente para que $1 \leq v(t) \leq 2$ se requiere $\frac{a}{2} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{a \leq \frac{2}{3}}$

Solución

Problema 6.2 En la misma red del problema anterior suponga ahora que $v_f(t)$ es como en la figura



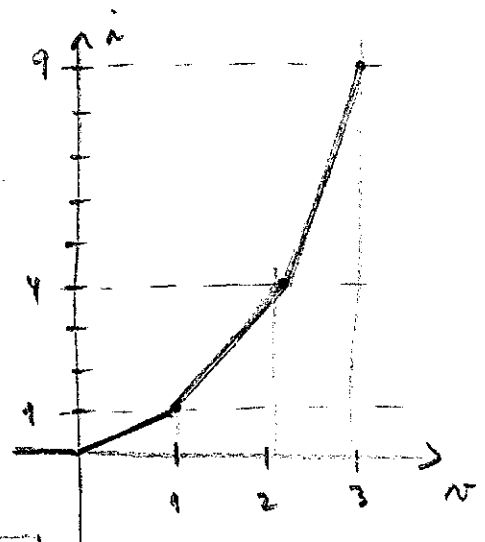
Determine la corriente promedio entregada por la fuente.

A partir de la curva v/i de Cnl
Se deduce que

i) para $v_f(t) < 0 \Rightarrow i(t) = 0$
(plus Cnl no permite $v(t) < 0$)

ii) para $0 \leq v(t) \leq 1$ y $0 \leq i(t) \leq 1$
la componente Cnl se comporta
como una resistencia de $\left(\frac{di}{dv}\right)^{-1} = 1 [\Omega]$

$$v_f + \frac{1}{3} i + v = 0 \quad \text{en que} \quad \begin{cases} i = \frac{v_f}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{3}{4} v_f \\ v = \frac{3}{4} v_f \end{cases}$$



Por tanto eso es válido mientras $0 \leq v_f \leq \frac{4}{3}$

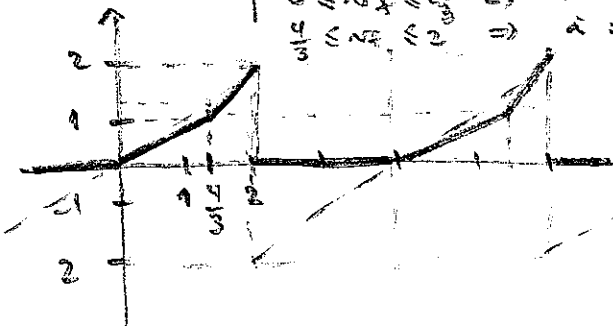
iii) Si $v_f \geq \frac{4}{3}$ entonces tenemos Cnl: $i = 3v - 2$
y por LK en el circuito: $v_f = Ri + v$ $R = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow i = 3(v_f - \frac{1}{3}i) - 2$$

$$\Rightarrow 2i = 3v_f - 2 \Rightarrow i = \frac{3}{2}v_f - 1$$

Por tanto, cuando $v_f = 2 \Rightarrow i = 2$

En resumen, $\begin{cases} v_f \leq 0 \Rightarrow i = 0 \\ 0 \leq v_f \leq \frac{4}{3} \Rightarrow i = \frac{3}{4}v_f \\ \frac{4}{3} \leq v_f \leq 2 \Rightarrow i = \frac{3}{2}v_f - 1 \end{cases}$



Del gráfico:

$$\text{AREA} = \frac{4}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{3}$$

Período = 4

$$\Rightarrow \bar{i} = \frac{5/3}{4} = \frac{5}{12}$$