

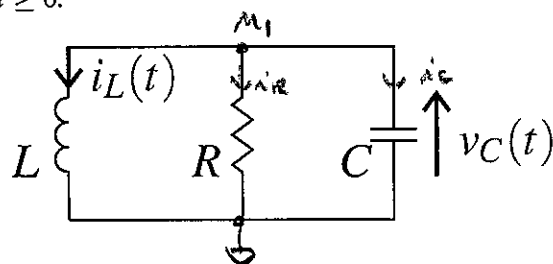
Nombre:

Solución

ELO102 – S1 2017 – Control #8 – 2 de junio de 2017

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 8.1 En la red de la figura, $R = 0.5[k\Omega]$, $C = 1[\mu F]$, $L = 1[H]$, $v_C(0) = 2[V]$ e $i_L(0) = 1[mA]$. Determine y grafique $v_C(t)$, para $t \geq 0$.



LCK en nodo m_1 :

$$i_L + i_R + i_C = 0$$

$$\frac{1}{L} \int v_C + \frac{v_R}{R} + C \frac{dv_C}{dt} = 0 \quad \text{pero } v_R = v_C = v_C$$

$$\frac{1}{L} v_C + \frac{1}{R} \frac{dv_C}{dt} + C \frac{d^2 v_C}{dt^2} = 0$$

ecuación característica:

$$v_C = e^{\lambda t} \Rightarrow \lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = -1$$

$$\Rightarrow v_C(t) = C_1 e^{-t} + C_2 t e^{-t}$$

$$v_C(0) = 2$$

$$i_L + i_R + i_C = 0$$

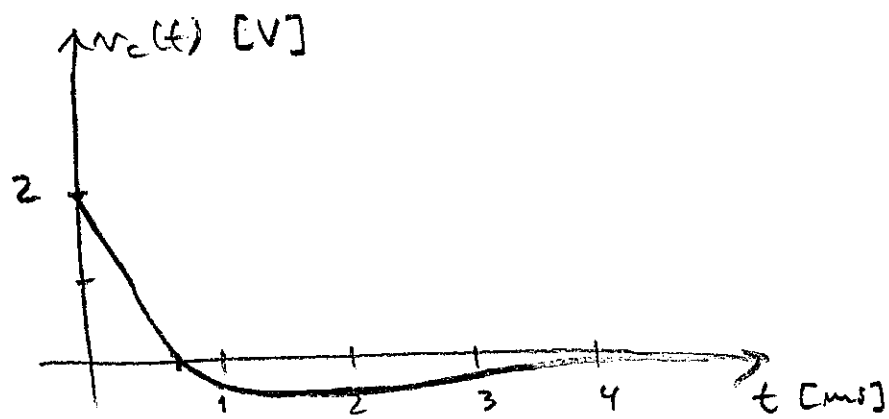
$$i_L(0) + \frac{v_C(0)}{R} + C \frac{dv_C}{dt} \Big|_{t=0} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dv_C}{dt} \Big|_{t=0} = -\frac{1}{C} \left(i_L(0) + \frac{v_C(0)}{R} \right) = -(1 + 4) = -5$$

$$\Rightarrow v_C(0) = \boxed{C_1 = 2}$$

$$\frac{dv_C}{dt} \Big|_{t=0} = \left[C_1 e^{-t} + C_2 (e^{-t} - t e^{-t}) \right] \Big|_{t=0} = -C_1 + C_2 = -5$$

$$\boxed{C_2 = -3}$$

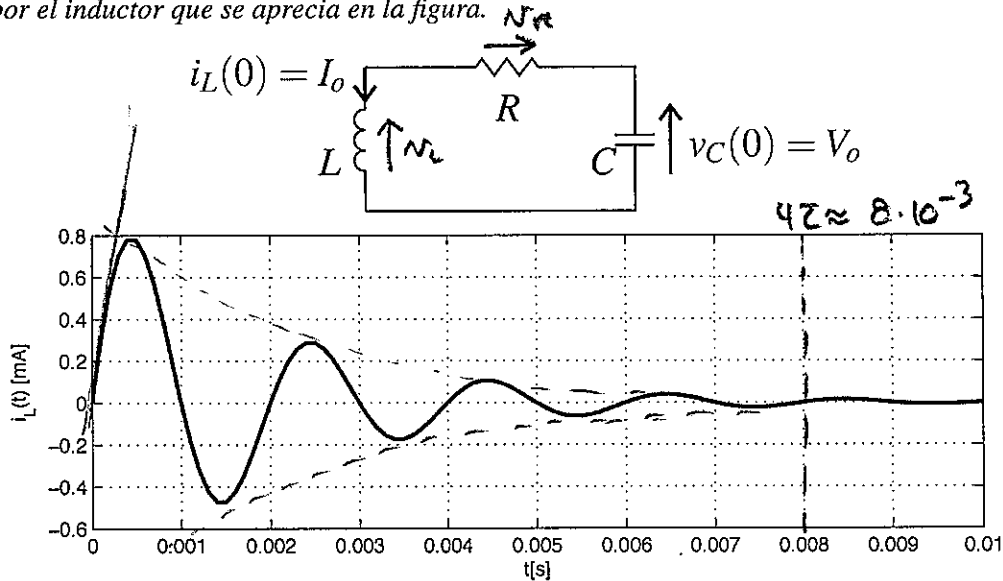


$$v_c(t) = 2e^{-t} - 3te^{-t}$$

Note for $v_c = 0$ for $t = \frac{2}{3}$

Solución

Problema 8.2 En la red de la figura, proponga valores para R, L, C, I_0, V_0 que correspondan con la corriente por el inductor que se aprecia en la figura.



La EDO que satisface $i_L(t)$ se obtiene aplicando LK en la red

$$N_L + N_R - N_C = 0$$

$$L \frac{di_L}{dt} + Ri_L + \frac{1}{C} \int i_L dt = 0$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L = 0$$

ec. característica ($i_L(t) = e^{\lambda t}$)

$$\lambda^2 + \frac{R}{L} \lambda + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$= -\frac{1}{\tau} \pm j\omega$$

en que $\tau = \frac{2L}{R} \approx \frac{8}{4} = 2 \text{ [ms]}$ (de la figura)

$$\text{y } \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \approx \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ [k rad/s]}$$

Además de la Figura se aprecia que $i_L(0) = 0 = I_0$

$$\text{y que } L \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} + i_L(0)R - v_C(0) = 0$$

$$\Rightarrow \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{L} (v_C(0) - i_L(0)R) \approx \frac{0.6}{0.25}$$

Por tanto,
Si $R = 1 \text{ [k}\Omega\text{]}$

$$\rightarrow L = 1 \text{ [H]}$$

$$\rightarrow \pi^2 = \frac{1}{LC} - 4$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\pi^2 + 4} \text{ [}\mu\text{F}\text{]}$$

$$\rightarrow \boxed{I_0 = 0}$$

$$\rightarrow \boxed{V_0 \approx 2.4}$$