

ELO102 – Teoría de Redes I – S1 2018
Ayudantía #2: 19 al 23 de marzo

Problema 2.1 Considere el estanque de la figura en que

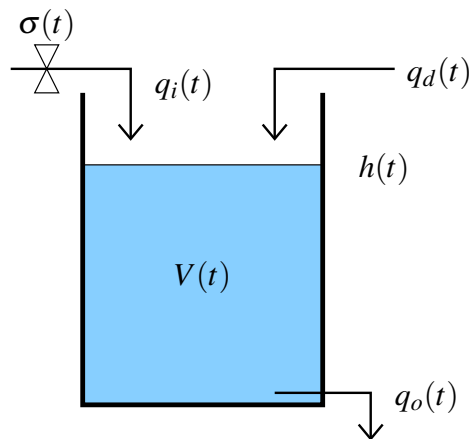
$V(t)$ y $h(t)$ son, respectivamente, el volumen y nivel de líquido en el estanque (A es el área de la sección transversal),

$q_i(t) = k_i \sigma(t)$ es el caudal de entrada que depende de la apertura de la válvula $0 \leq \sigma(t) \leq 1$,

$q_d(t)$ es otro caudal que llega al estanque el cual no es posible manipular,

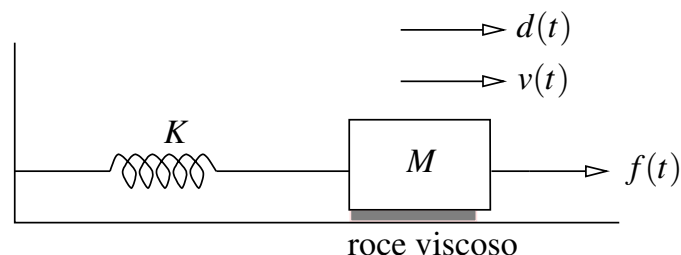
$q_o(t) = k_o \sqrt{h(t)}$ es el caudal de flujo libre en la base del estanque que depende del nivel $h(t) \geq 0$

1. Identifique claramente las señales del sistema, distinguiendo entre entradas y salidas.
2. Identifique claramente la(s) condición(es) inicial(es).
3. Determine la(s) ecuación(es) diferencial(es) que modela(n) el sistema.
4. Si $q_d(t) = 0$, $\sigma(t) = 1$ y $h(0) = h_o$, ¿es posible determinar $h(t)$ para $t > 0$?



Problema 2.2 En la figura se muestra un sistema masa-resorte-roce. El roce viscoso se puede modelar como proporcional a la velocidad de desplazamiento de la masa.

1. Identifique claramente las señales del sistema, distinguiendo entre entradas y salidas.
2. Identifique claramente la(s) condición(es) inicial(es).
3. Determine la(s) ecuación(es) diferencial(es) que modela(n) el sistema.



Problema 2.3 Un sistema invariante en el tiempo tiene entrada $e(t) \in \mathbb{R}$, salida $y(t) \in \mathbb{R}$ y estado inicial $x_o \in \mathbb{R}$. Se sabe que

$$y(t) = x_o + 2 \frac{de(t)}{dt}$$

Demuestre que el sistema es **lineal**.

Problema 2.4 La respuesta $r(t)$ de un sistema S cuando su condición inicial es x_o y su entrada es $e(t)$ está dada por

$$r(t) = T \langle x(t_o) = x_o; e(t) \rangle = -x_o \cdot e(t) \quad ; t \geq t_o$$

Determine si el sistema es lineal e invariante en el tiempo.

Problema 2.5 Un sistema lineal e invariante en el tiempo satisface

$$T \langle 2, te^{-3t} \rangle = 3e^{-2t} - (1+t)e^{-3t}$$

$$T \langle 3, 0 \rangle = 3e^{-2t}$$

Determine $T \langle 1, e^{-3t} \rangle$.

Sugerencia: la derivada de te^{-3t} es igual a $e^{-3t} - 3te^{-3t}$.

(Las condiciones iniciales están dadas para $t = 0$)

Problema 2.6 La respuesta de un sistema es

$$r(t) = e^{-a(t-t_0)} x_{t_0} + \int_{t_0}^t e^{-a(t-\tau)} e(\tau) d\tau \quad ; t \geq t_0$$

Determine si el sistema es lineal e invariante en el tiempo.

Problema 2.7 La respuesta $r(t)$ de un sistema con estado inicial $x(t_o) = x_o$ y excitación $e(t)$, está dada por

$$\begin{aligned} r(t) &= T \langle x(t_o) = x_o; e(t) \rangle \\ &= (t - \alpha)x_o + \beta(e(t))^n \quad \forall t \geq t_o \end{aligned}$$

Determine condiciones sobre α , β y n para que el sistema sea lineal e invariante en el tiempo.
