Nombre: Solución

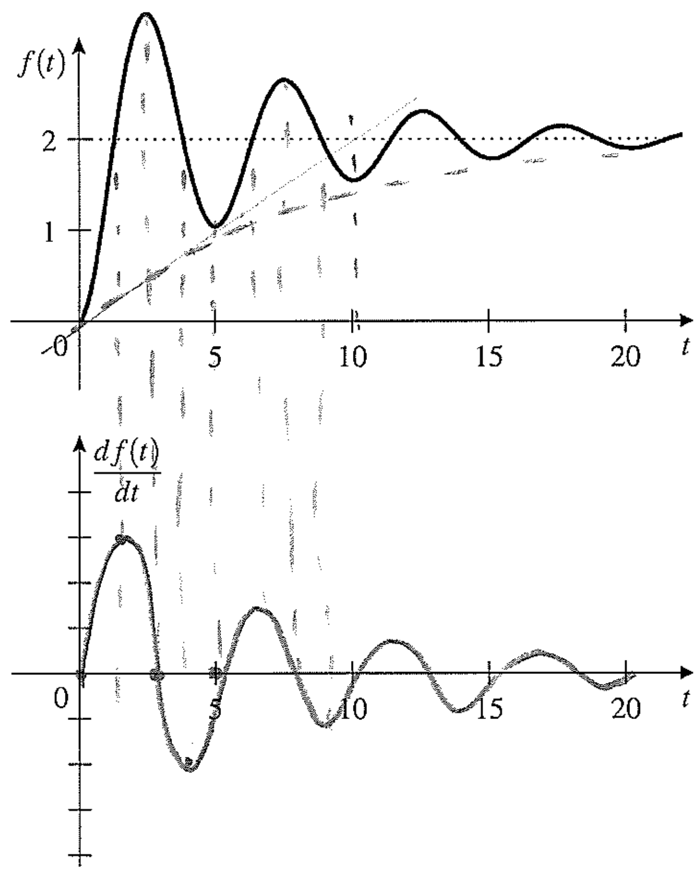
ELO102 – S1 2018 – Control #1 – 9 de marzo de 2016

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 1.1 *Para la función $f(t)$ en la parte superior de la figura*

(a) *Determine una expresión analítica*

(b) *Determine una expresión analítica y haga un gráfico de su derivada* $\frac{df(t)}{dt}$



(a) La figura muestra una oscilación amortiguada pero que llega a un valor final igual a 2

Por tanto puede proponerse una forma

$$f(t) = 2 + A e^{-t/\tau} \cos(\omega t + \phi)$$

→ τ se puede estimar observando la exponencial que modula la amplitud $\tau \approx 10$

→ ω corresponde a la frecuencia angular de la oscilación $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $T \approx 5$

→ Además debe cumplirse $f(0) = 2 + A\cos(\phi) = 0$

por ejemplo $A = -2$
$\phi = 0$

(No hay solución única)

(b) $f(t) = 2 + A e^{-t/\tau} \cos(\omega t + \phi)$

$$\Rightarrow f'(t) = -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} \cos(\omega t + \phi) - A\omega e^{-t/\tau} \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

(en que falta reemplazar los valores estimados)

La forma de la derivada debe ser coherente con la pendiente de la tangente a $f(t)$ y que $f'(\infty) \to 0$

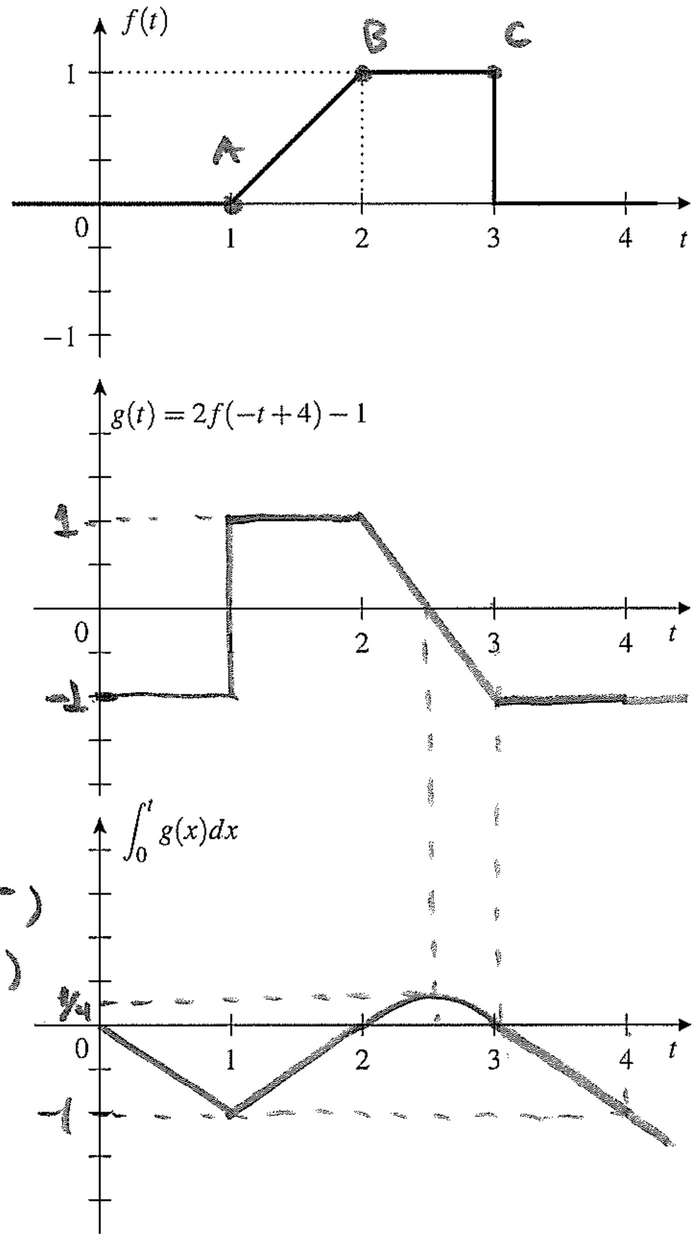
Problema 1.2 *Para la función $f(t)$ en la parte superior de la figura*

(a) *Haga un gráfico de la función transformada*

$$g(t) = -1 + 2f(-t+4)$$

(b) *Haga un gráfico de la integral definida*

$$h(t) = \int_0^t g(x)dx$$



(a) La forma de $g(t)$ se puede obtener estudiando cómo se trasladan los puntos A, B y C; o bien analizando punto a punto:

$$g(0) = -1 + 2f(4) = -1$$

$$g(1) = -1 + 2f(3) \begin{cases} -1 & (\text{en } 1^-) \\ 1 & (\text{en } 1^+) \end{cases}$$

$$g(2) = -1 + 2f(2) = 1$$

$$g(3) = -1 + 2f(1) = -1$$

es decir, corresponde a una

- rotación en t
- traslación en t
- escalamiento en magnitud, y
- desplazamiento vertical

(b) El gráfico de la integral puede obtenerse por tramos a partir del área acumulada bajo la curva $g(t)$.
(Note que $h'(t) = g(t)$ y que $h(t)$ debe ser continua)