Nombre: Solución

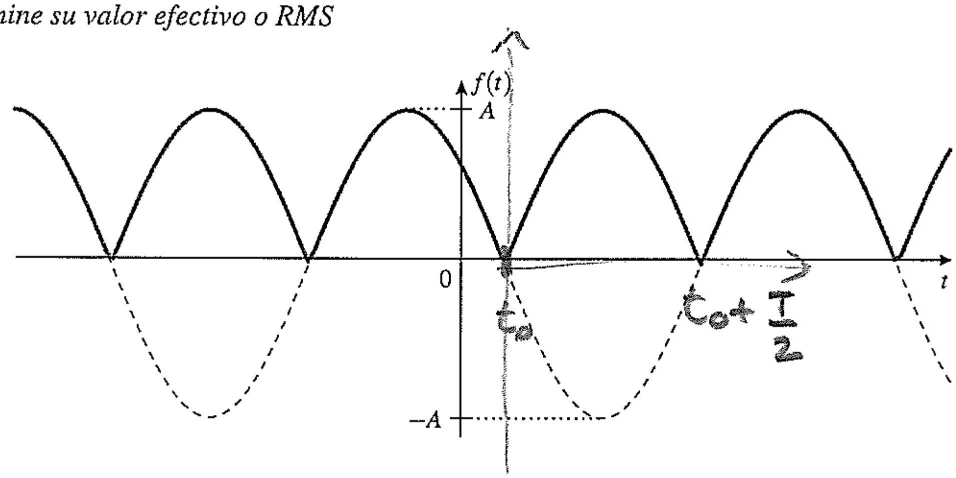
ELO102 – S1 2018 – Control #2 – 16 de marzo de 2018

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 2.1 *La señal de la figura es una sinusoide* ***rectificada****:* $f(t) = |A\cos(\omega t + \phi)|$

(a) *Determine su valor medio*

(b) *Determine su valor efectivo o RMS*



(a) El valor medio es suficiente calcularlo en un período de la señal rectificada (que es la mitad del período de la sinusoide

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \iff T = \frac{2\pi}{\omega} \iff \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} \iff \omega T = 2\pi$$

$$\Rightarrow \bar{f} = \frac{1}{T/2}\int_{t_0}^{t_0+T/2} f(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} A\,\mathrm{sen}(\omega t)\,dt = \frac{2}{T}A\frac{1}{\omega}\left(-\cos(\omega t)\right)\Big|_0^{T/2}$$

cambio de variables

$$= \frac{A}{\pi}\left(-\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) + 1\right)$$

$$= \frac{2A}{\pi}$$

(b) Similarmente

$$f_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T/2}\int_{t_0}^{t_0+T/2} f^2(t)dt} \Rightarrow (f_{rms})^2 = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} A^2\,\mathrm{sen}^2(\omega t)\,dt$$

$$= \frac{2}{T}A^2\int_0^{T/2} \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}\,dt$$

Nombre: Diego Vásquez

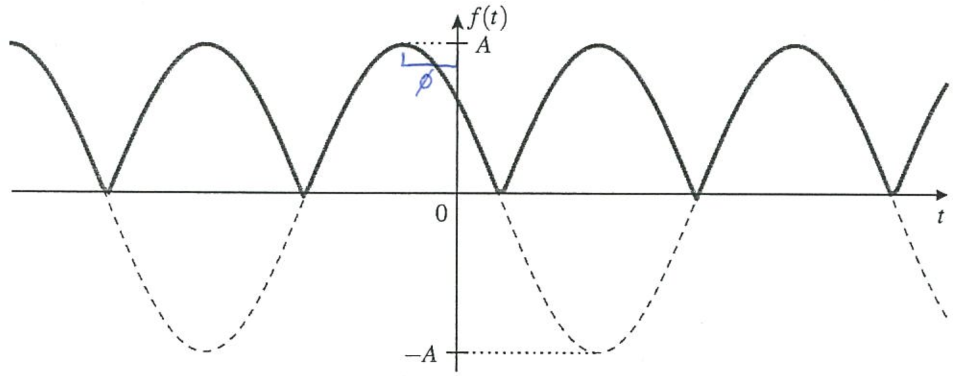
ELO102 – S1 2018 – Control #2 – 16 de marzo de 2018

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 2.1 *La señal de la figura es una sinusoide* ***rectificada:*** $f(t) = |A\cos(\omega t + \phi)|$

(a) *Determine su valor medio*

(b) *Determine su valor efectivo o RMS*



a) $\bar{f} = \frac{1}{T}\int_0^T f(\tau)\,d\tau \qquad T = 2\pi \qquad \cancel{f = \frac{1}{2\pi}}$

*Se toma el periodo a partir del ø para cambiar el integrando

$$= \frac{A}{2\pi}\int_{0+\phi}^{2\pi+\phi} \cos(\omega t)\,dt = \frac{A}{2\pi}\left(\frac{-\sin(\omega t)}{\omega}\right)\Bigg/_{\phi}^{2\pi+\phi} = \boxed{\frac{A}{2\pi}\left(\frac{-\sin(\omega[2\pi+\phi]) + \sin(\omega\phi)}{\omega}\right)}$$

b) $\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt} \Rightarrow f_{RMS}^{\,2} = \frac{1}{2\pi}\int_{\phi}^{2\pi+\phi} \cos^2(\omega t)\,dt$

$\cos^2 - \sin^2 = \cos(2t)$

$2\cos^2 - 1 = c(2t)$

$c^2 = \frac{c(2t)+1}{2}$

$$\frac{1}{4\pi}\int_{\phi}^{2\pi+\phi} \cos(2\omega t) + 1\,dt = \frac{1}{4\pi}\left[\left(\frac{-\sin(2\omega t)}{2\omega}\right)\Bigg/_{\phi}^{2\pi+\phi} + 2\pi\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi}\left[\frac{\sin(2\omega\phi) - \sin(2\omega[2\pi+\phi])}{2\omega} + 2\pi\right]$$

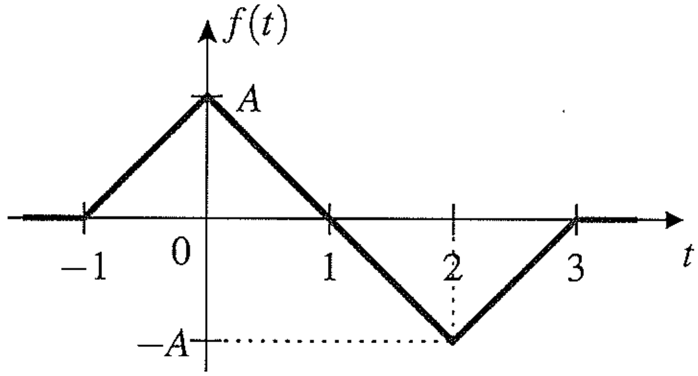
$$\therefore\ f_{RMS} = \sqrt{\frac{\sin(2\omega\phi) - \sin(4\omega\pi + 2\omega\phi)}{8\pi\omega} + \frac{1}{2}}$$

Solución

Problema 2.2 *Para la señal $f(t)$ en la figura*

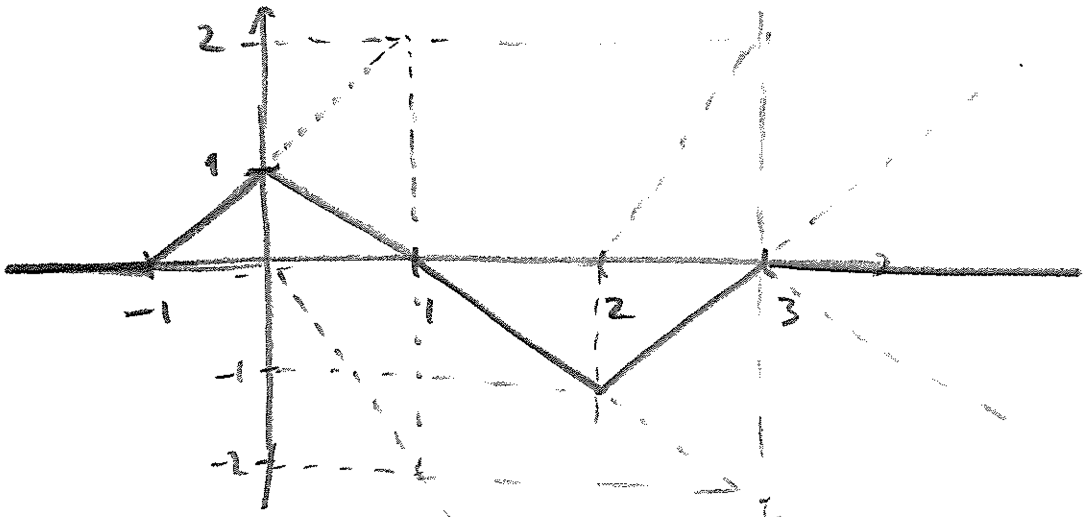
(a) *Determine una expresion analítica usando funciones generalizadas.*

(b) *Determine su valor efectivo o RMS en el intervalo $[-1,3]$*



(a) La señal se puede expresar usando funciones rampa:

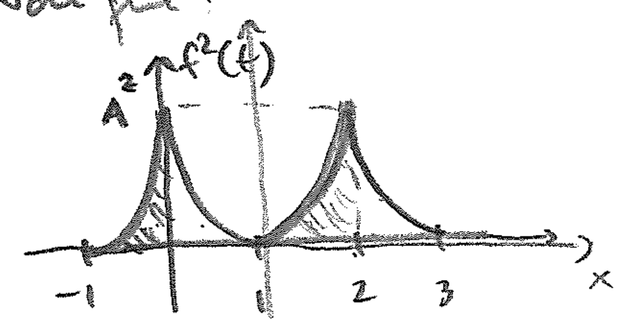
$$f(t) = r(t+1) - 2r(t) + 2r(t-2) - r(t-3)$$



(b) $$f_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{3-(-1)} \int_{-1}^{3} f^2(\tau)d\tau} \Rightarrow (f_{RMS})^2 = \frac{1}{4}\int_{-1}^{3} f^2(\tau)d\tau$$

Note que:

$$= \frac{1}{4}\left[4 \int_0^1 A^2 x^2 dx\right] = \frac{A^2}{3}$$



cambio de variables

~~13 de marzo de 2018~~

$$\Rightarrow f_{RMS} = A/\sqrt{3}$$