Nombre: Solución

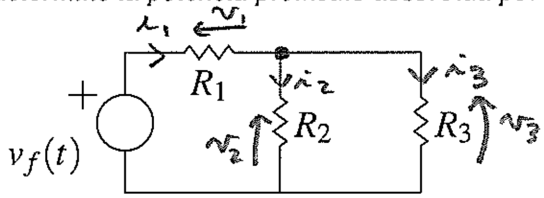
ELO102 – S1 2018 – Control #4 – 13 de abril de 2018

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 4.1 *En la red de la figura $v_f(t), R_1, R_2, R_3$ son datos.*

(a) Determine un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red

(b) Si $v_f(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, determine la potencia promedio absorbida por la resistencia R_3.



(a) En primer lugar, definimos variables como en la figura (Note que NO se define el voltaje en la fuente, pues es dato, y tampoco la corriente, pues es igual a i_1, por LCK)

LCK: $i_1 - i_2 - i_3 = 0$

LVK: $v_f - v_1 - v_2 = 0$

$v_2 - v_3 = 0$

III: $v_1 = R_1 i_1$

$v_2 = R_2 i_2$

$v_3 = R_3 i_3$

6 ecuaciones l.i. y 6 incógnitas $\{i_1, i_2, i_3, v_1, v_2, v_3\}$

(b) Para determinar la potencia promedio absorbida (o disipada) por R_3 basta resolver el sistema anterior para obtener i_3 o v

Usando III en LCK: $\frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} = 0$

reemplazando $v_2 = v_3 \Rightarrow v_1 = R_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v_3$

reemplazando en LVK $\Rightarrow v_f = R_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v_3 + v_3$

$$\Rightarrow v_3 = \frac{1}{R_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) + 1} v_f = \frac{A\cos(\omega t + \phi)}{R_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) + 1}$$

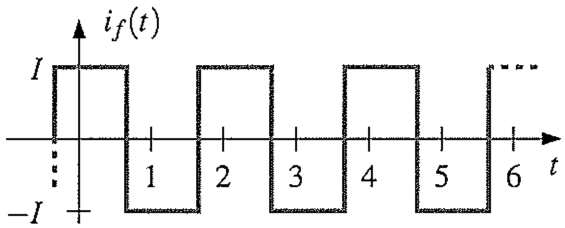
Finalmente $$\overline{P_3} = \frac{(v_3)^2_{RMS}}{R_3} = \left(\frac{A}{\sqrt{2}} \frac{1}{R_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) + 1}\right)^2 \frac{1}{R_3}$$

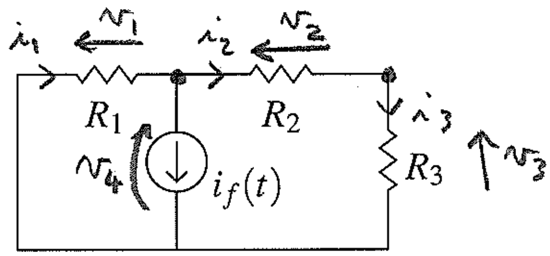
Solución

Problema 4.2 *En la red de la figura derecha $i_f(t), R_1, R_2, R_3$ son datos.*

(a) Determine un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red

(b) Si $i_f(t)$ es como en la figura izquierda, determine la potencia promedio entregada por la fuente.





(a) En primer lugar, definimos variables como en la figura (Note que NO se define la corriente de la fuente como incógnita pues es dato)

LCK: $i_1 - i_f - i_2 = 0$

$i_2 - i_3 = 0$

LVK: $v_1 + v_4 = 0$

$v_4 - v_2 - v_3 = 0$

III: $v_1 = R_1 i_1$

$v_2 = R_2 i_2$

$v_3 = R_3 i_3$

7 ecuaciones l.i.

7 incógnitas

$\{i_1, i_2, i_3, v_1, v_2, v_3, v_4\}$

(b) Para determinar la potencia promedio entregada por la fuente, basta determinar $v_4(t)$ a partir del sistema de ecuaciones.

Usando III en LVK: $R_1 i_1 + v_4 = 0$

$v_4 - R_2 i_2 - R_3 i_3 = 0$

Del LCK $i_2 = i_3 = i_1 - i_f \Rightarrow R_1 i_1 + v_4 = 0$

$v_4 - (R_2 + R_3)(i_1 - i_f) = 0$

$$v_4\left(1 + \frac{R_2 + R_3}{R_1}\right) = -(R_2 + R_3)\, i_f$$

$$\Rightarrow v_4 = \frac{-R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}\, i_f$$

Finalmente

$$\overline{P_f} = \frac{1}{T}\int_0^T - v_4(t)\, i_f(t)\, dt$$

$$= \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} \; \frac{1}{T}\int_0^T i_f^2(t)\, dt$$

$$= \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} \left(i_{f,RMS}\right)^2$$

$$= \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} \cdot I^2$$