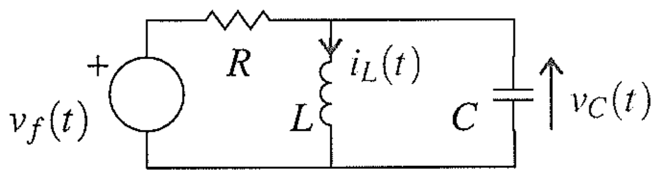
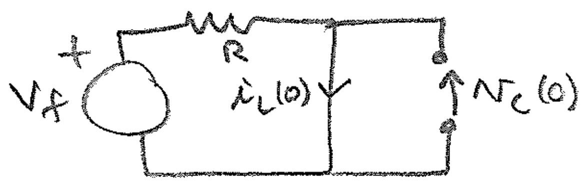
Nombre: Solución

ELO102 – S1 2018 – Control #9 – 3 de agosto de 2018

Problema 9.1 *En la red, escoja el valor de la resistencia R entre de 1 y 5 [kΩ], el del condensador C entre 10 y 20[μF], y el del inductor L entre 0.5 y 1 [H]. La fuente de voltaje es de 10 [V], pero ha estado encendida hace mucho rato (desde $t \to -\infty$) y* ***se apaga*** *en $t = 0$. Haga un gráfico aproximado, pero cualitativamente correcto, del voltaje en el condensador $v_C(t)$ para $t \geq 0$.*



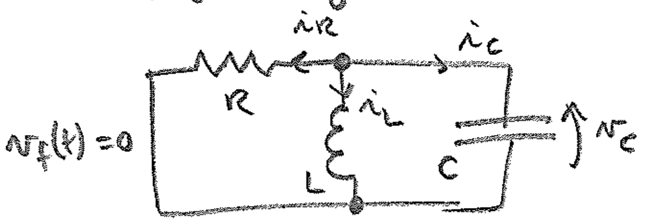
La fuente es constante y ha estado encendida "hace mucho rato" por tanto todas las señales han alcanzado el estado estacionario (e.e.) y son constantes. Es decir, en $t=0$ la red es:



$\Rightarrow$ $v_c(0) = 0$

$i_L(0) = \frac{V_f}{R}$

Al apagar la fuente, se debe analizar el siguiente circuito



$$i_R + i_L + i_C = 0$$

$$\frac{v_c}{R} + \frac{1}{L}\int v_c \, dt + C\frac{dv_c}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 v_c}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dv_c}{dt} + \frac{1}{LC}v_c = 0}$$

con c.i. $v_c(0) = 0$

$v_c'(0) = -\frac{v_c(0)}{R} - i_L(0) = \frac{-V}{R}$

Suponemos $v_c(t) = e^{\lambda t}$

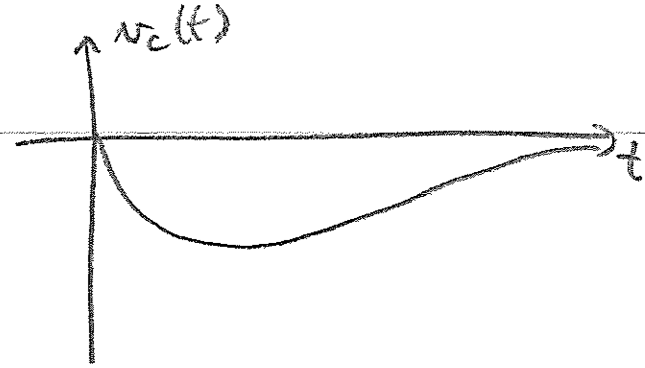
Ecuación característica es $\lambda^2 + \frac{1}{RC}\lambda + \frac{1}{LC} = 0$

Las raíces son $\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$

Dependiendo de los valores numéricos es el tipo de solución

$\longrightarrow$

si $\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC} \geq 0$ $\Rightarrow$ exponenciales decrecientes



si $\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC} < 0$ $\Rightarrow$ es oscilatorio amortiguado