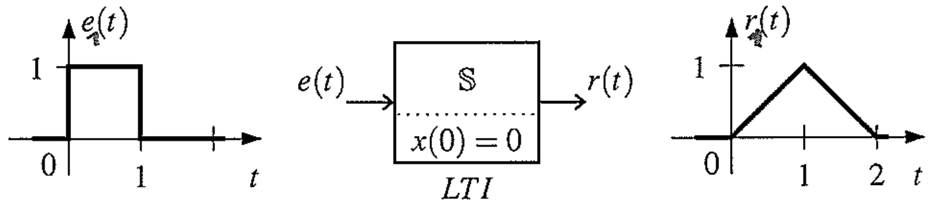
Nombre: Solución

ELO102 – S2 2018 – Control #2 – 26 de septiembre de 2018

Problema 2.1 *En la figura, se muestra la excitación y la respuesta de un sistema lineal e invariante en el tiempo con condiciones iniciales iguales a cero.*



Determine la respuesta cuando la excitación es un impulso unitario, es decir, cuando $e(t)=\delta(t)$.

Hay (al menos) dos formas de resolver el problema:

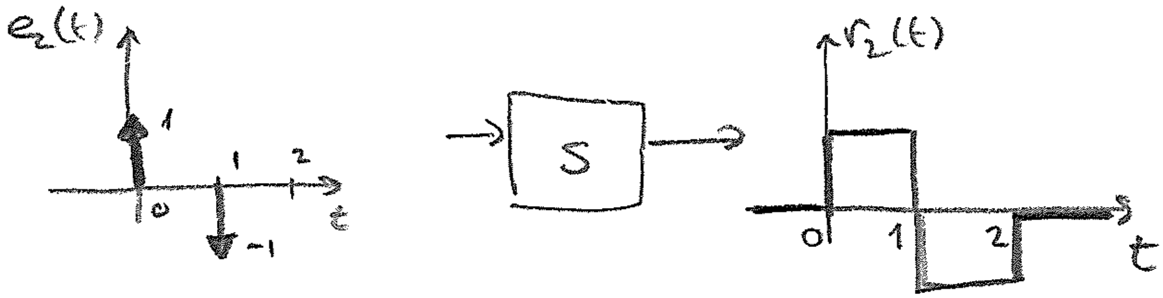
1) El sistema es LTI, por tanto

$$T\left\langle \frac{de}{dt}; x(0)=0\right\rangle = \frac{d}{dt} T\langle e(t); x(0)=0\rangle$$

en particular si $e_1(t)=\mu(t)-\mu(t-1) \Rightarrow r_1(t) = \text{rampa}(t) - 2\,\text{rampa}(t-1) + \text{rampa}(t-2)$

entonces si $e_2(t) = \frac{d}{dt}\left(\mu(t)-\mu(t-1)\right) = \delta(t)-\delta(t-1)$

$$\Rightarrow r_2(t) = \frac{d}{dt}\left(r_1(t)\right) = \mu(t)-2\mu(t-1)+\mu(t-2)$$

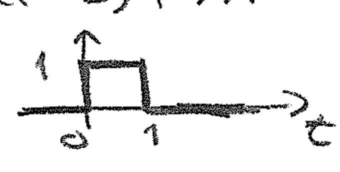


Finalmente

$$\delta(t) = e_2(t)+e_2(t-1)+e_2(t-2)+\dots$$

Por tanto, por linealidad

$$T\langle x(0)=0; \delta(t)\rangle = r_2(t)+r_2(t-1)+r_2(t-2)+\dots$$
$$= \mu(t)-\mu(t-1)$$



2) Alternativamente, podemos notar que

$$\mu(t) = e_1(t) + e_1(t-1) + e_1(t-2) + \ldots$$

$$\Rightarrow \quad \delta(t) = \frac{d}{dt} e_1(t) + \frac{d}{dt} e_1(t-1) + \frac{d}{dt} e_1(t-2) + \ldots$$

$$= e_2(t) + e_2(t-1) + e_2(t-2) + \ldots$$

Por tanto, dado que el sistema es LTI

$$T\langle x(0)=0; \delta(t)\rangle = r_2(t) + r_2(t-1) + r_2(t-2) + \ldots$$

$$= \mu(t) - \mu(t-1)$$

que, por supuesto, es el mismo resultado anterior.