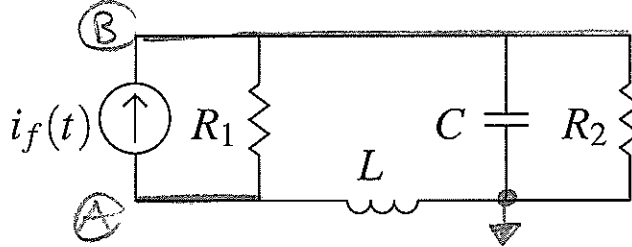


ELO102 - S2 2018 - Control #5

Problema 5.1 En la red de la figura, aplicando el metodo de voltajes de nodo, determine la ecuación diferencial que satisface el voltaje en el condensador C.



(Dado que se requiere la EDO para el voltaje en C es conveniente elegir como modo de referencia uno de los dos terminales del condensador)

Hacemos LCK en cada modo excepto el de referencia

$$\begin{aligned} \text{en A: } \frac{1}{L} D^{-1} V_A + \frac{1}{R_1} (V_A - V_B) &= -i_f \\ \text{en B: } \frac{1}{R_1} (V_B - V_A) + C D V_B + \frac{1}{R_2} V_B &= i_f \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{2 ecuaciones li} \\ \text{en 2 incógnitas} \\ \{V_A, V_B\} \end{array} \right\}$$

Matricialmente

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{L} D^{-1} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_f \\ i_f \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C D & \frac{1}{R_1} \\ \frac{1}{R_1} & \frac{1}{L} D^{-1} + \frac{1}{R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_f \\ i_f \end{bmatrix}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{L} D^{-1} + \frac{1}{R_1} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C D \right) - \left(\frac{1}{R_1} \right)^2}{\quad}$$

$$\Rightarrow V_B = \frac{\frac{1}{L} D^{-1} i_f}{\frac{1}{L} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) D^{-1} + \frac{C}{L} + \frac{1}{R_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{C}{R_1} D - \left(\frac{1}{R_1} \right)^2} \quad / \cdot D$$

$$\Rightarrow \left[\frac{C}{R_1} D^2 + \left(\frac{C}{L} + \frac{1}{R_1 R_2} \right) D + \frac{1}{L} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right] V_B = \frac{1}{L} i_f$$

es una EDO de 2do orden