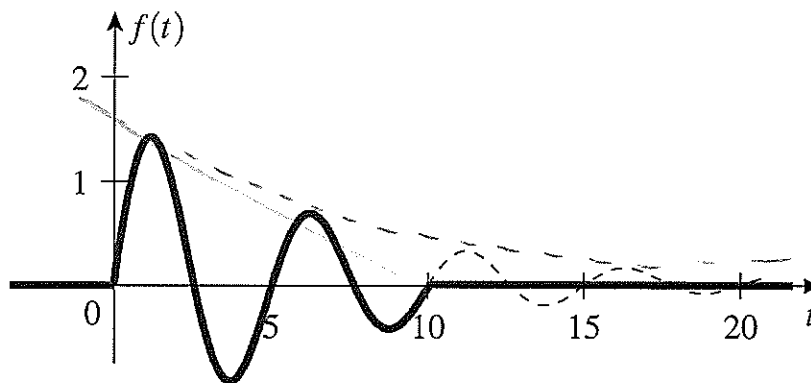


ELO102 - S1 2019 - Control #1

Problema 1.1 Considere la señal de la figura. En base al gráfico de la señal:

- (a) Determine una expresión analítica para $f(t)$
- (b) Estime el valor medio de $f(t)$ en el intervalo $[0, 10]$.
- (c) Haga un gráfico de su integral definida $\int_{-\infty}^t f(x) dx$.



(a) En el gráfico se observa que $\omega = \frac{2\pi}{5}$ y que $\tau \approx 10$
Además $f(0) = 0$

$f(t)$ es de la forma $f(t) = A e^{-t/\tau} \sin(\omega t)$

en que $A \approx 1.6$

Para considerar la función sólo entre 0 y 10 se puede usar funciones escalón

$$\Rightarrow f(t) = 1.6 e^{-0.1t} \sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right) [\mu(t) - \mu(t-10)]$$

$$(b) \bar{f} = \frac{1}{10} \int_0^{10} f(t) dt = \frac{1.6}{10} \int_0^{10} e^{-0.1t} \sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right) dt$$

$$\int \underbrace{e^{-at}}_u \underbrace{\sin(bt)}_{dv} dt = e^{-at} \left(\frac{-\cos bt}{b} \right) + \frac{1}{b} \int (-a e^{-at}) \cos bt dt$$

$$= -\frac{1}{b} e^{-at} \cos bt - \frac{a}{b} \int \underbrace{e^{-at}}_u \underbrace{\cos bt}_{dv} dt$$

$$= -\frac{1}{b} e^{-at} \cos bt - \frac{a}{b} \left[e^{-at} \frac{1}{b} \sin bt - \frac{1}{b} \int -a e^{-at} \sin bt dt \right]$$

$$I = -\frac{1}{b} e^{-at} \cos bt - \frac{a}{b^2} e^{-at} \sin bt - \frac{a^2}{b^2} I$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{a^2+b^2} [-b e^{-at} \cos bt - a e^{-at} \sin bt]$$

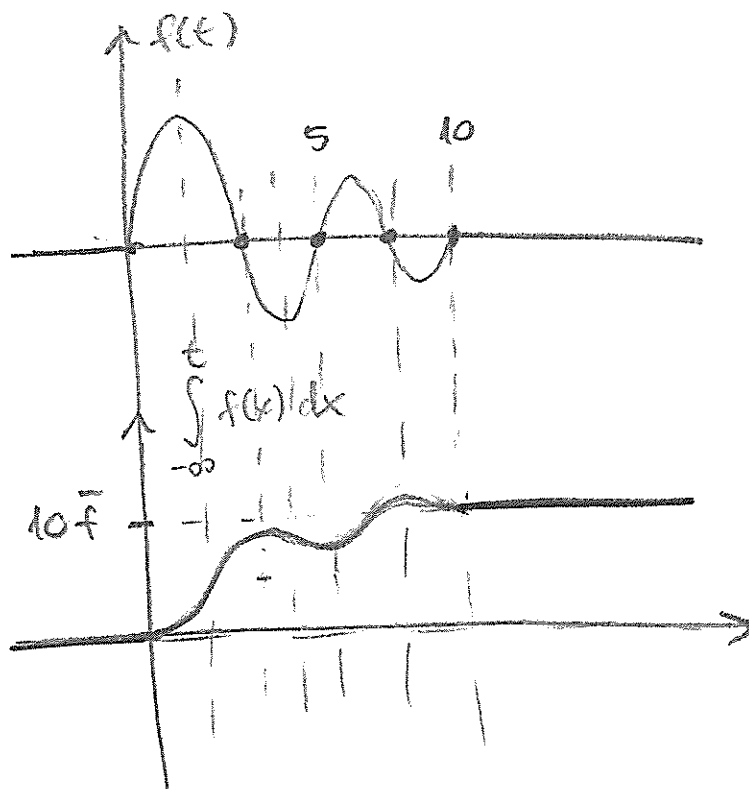
$$\Rightarrow \bar{f} = \frac{1.6}{10} \frac{1}{0.1^2 + \left(\frac{2\pi}{5}\right)^2} \left[-\frac{2\pi}{5} e^{-0.1t} \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) - 0.1 e^{-0.1t} \sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right) \right] \Big|_0^1$$

$$= \frac{1.6}{10} \frac{1}{0.1^2 + \left(\frac{2\pi}{5}\right)^2} \left[-\frac{2\pi}{5} e^{-1} + \frac{2\pi}{5} \right] \approx 0.16 \frac{1}{0.01 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) \frac{6}{5}$$

$$\approx 0.16 \cdot \frac{25^5}{36} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{8}$$

$$\approx \frac{0.8}{3} \approx 0.27$$

(c)



Los puntos en que $f(t)$ es cero deben coincidir con aquellos en que $\frac{d}{dt} \left(\int_{-\infty}^t f(x) dx \right)$ es cero
esto es en $t = 0; 2.5; 5; 7.5; 10$