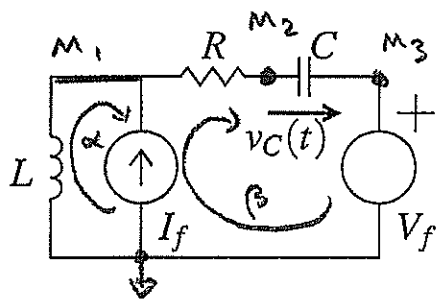
NOMBRE: Solución JYE – 9 de agosto de 2019

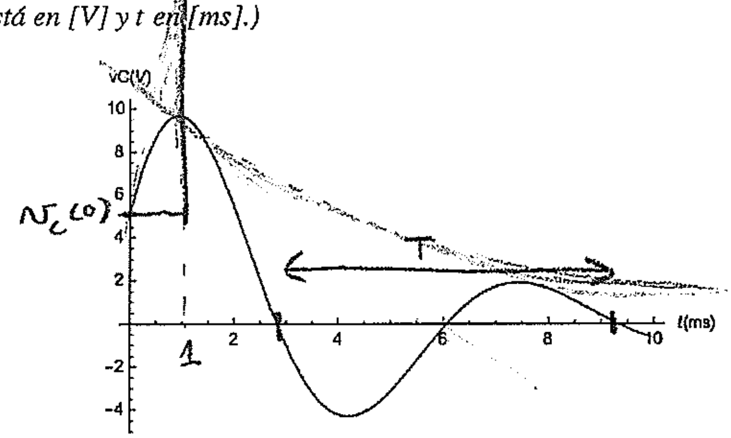
ELO102 – S1 2019 – Control #7

Problema 5.1 *Para la red en la figura izquierda,*

(a) Aplicando el método de voltajes de nodo o el de corrientes de malla, determine un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red

(b) Si ambas fuentes son constantes y se apagan en $t = 0$ luego de estar encendidas por mucho rato, proponga valores para $\{R, L, C, V_f, I_f\}$ tal que el voltaje en el condensador sea como en la figura derecha para $t \geq 0$. (Note que $v_C(t)$ está en [V] y t en [ms].)





(a) Aplicando voltajes de nodo, notamos que $v_{m3}(t) = V_f$

por tanto las incógnitas son $v_{m1}(t)$ y $v_{m2}(t)$

LCK en m_1: $\frac{1}{L}D^{-1}v_{m1} + \frac{v_{m1}-v_{m2}}{R} = I_f$

LCK en m_2: $\frac{v_{m2}-v_{m1}}{R} + CD(v_{m2}-V_f) = 0$

2 ecs / 2 incógnitas

Aplicando corrientes de malla, notamos que

$i_\beta - i_\alpha = I_f$

LVK en α: $L D i_\alpha + v_{m1} = 0$

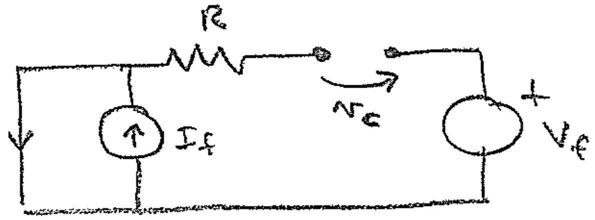
LVK en β: $-v_{m1} + R i_\beta + \frac{1}{C}D^{-1} i_\beta + V_f = 0$

3 ecuaciones /

3 incógnitas: $\{i_\alpha, i_\beta, v_{m1}\}$

(b) Si ambas fuentes son constantes y han estado encendidas por mucho rato, el inductor en c.c. se comporta como un corto circuito y el condensador como un circuito abierto.

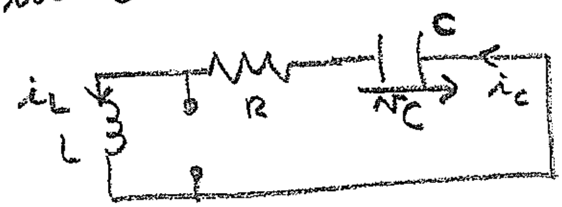
$\Rightarrow$



$\Rightarrow$ $v_C = V_f$

$i_L = I_f$

Al apagar ambas fuentes en $t=0$, se debe analizar ahora un circuito RLC con condiciones iniciales



en que $v_C(0) = V_f$

e $i_L(0) = I_f$

La EDO asociada se obtiene, por ejemplo, haciendo LVK en la malla:

$$\left.\begin{aligned} L\frac{di_L}{dt} + Ri_L + v_C &= 0 \\ i_L = i_C &= C\frac{dv_C}{dt} \end{aligned}\right\rvert \quad (*)$$

$$\Longrightarrow \quad LC\frac{d^2v_C}{dt^2} + RC\frac{dv_C}{dt} + v_C = 0$$

si $v_C(t) = e^{\lambda t} \Rightarrow \left| LC\lambda^2 + RC\lambda + 1 = 0 \right.$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-RC \pm \sqrt{(RC)^2 - 4LC}}{2LC}$$

$$= -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = -\frac{1}{\tau} \pm j\,\omega_{osc}$$

pues, de la figura, se tienen modos naturales que son oscilaciones amortiguadas: $v_C(t) = A\,e^{-t/\tau}\cos(\omega_{osc}t + \phi)$

De la figura: $v_C(0) = 5$

$v_C'(0) \approx 10 > 0$

$T \approx 6{,}3 \Rightarrow \omega_{osc} = \frac{2\pi}{T} = 1$

$\tau \approx 5$

Analíticamente

$v_C(0) = V_f \quad \Rightarrow V_f = 5$

(*) $v_C'(0) = \frac{1}{C} i_L(0) = \frac{I_f}{C} \Rightarrow \frac{I_f}{C} = 10$

$\omega_{osc} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \Longrightarrow \frac{1}{LC} \approx 1$

$\tau = \frac{2L}{R} \quad \Rightarrow \frac{R}{2L} = 0.2$

$\Rightarrow$ Se puede elegir

$$V_f = 5 \quad [V]$$

$$I_f = 10 \quad [mA]$$

$$C = 1 \quad [\mu F]$$

$$L = 1 \quad [H]$$

$$R = 0{,}4 \quad [k\Omega]$$