Nombre: $\boxed{\text{Solución}}$ JYE – 2 de octubre de 2019

ELO102 – S2 2019 – Control #1

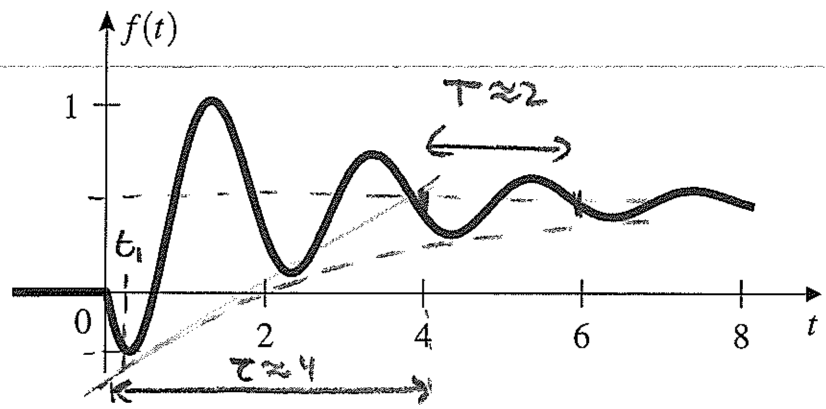
Problema 1.1 *Considere la señal de la figura. En base al gráfico de la señal:*

(a) *Determine una expresión analítica para $f(t)$. (~~4p~~) (5p)*

(b) *Haga un gráfico aproximado de su derivada $\frac{df(t)}{dt}$. (~~3p~~) (2p)*

(c) *en Wolfram Mathematica genere un **notebook** que permita: (3p)*

- *Replicar el gráfico de la señal*
- *Obtener la expresión analítica y el gráfico de su derivada.*
- *Obtener la expresión analítica y el grafico de su integral definida $\int_{-\infty}^{t} f(x)dx$.*



(a) La señal es una oscilación amortiguada pero que se "estaciona" aproximadamente en un valor $f(\infty) \approx 1/2$

$$\Rightarrow \quad f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{2} + A e^{-t/\tau} \cos(\omega t + \phi) & t \geq 0 \end{cases}$$

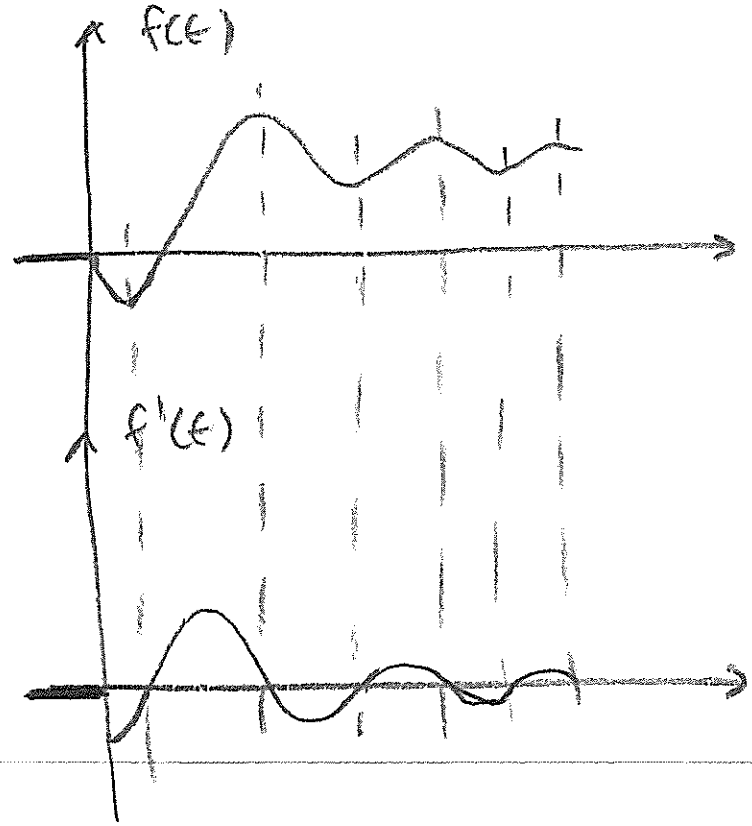
Del gráfico $\quad T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 2 \Rightarrow \omega \approx 3$

$$\tau \approx 4$$

$$f(0) = \frac{1}{2} + A\cos(\phi) = 0$$

en $t_1 \approx 0,1 \Rightarrow \omega t_1 + \phi = 0 \Rightarrow \phi = -0,3$

y $f(t_1) = \frac{1}{2} + A \approx -\frac{1}{3} \Rightarrow A \approx -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{6}$



Los cruces por cero de $f'(t)$ y el signo se pueden obtener de la gráfica de $f(t)$

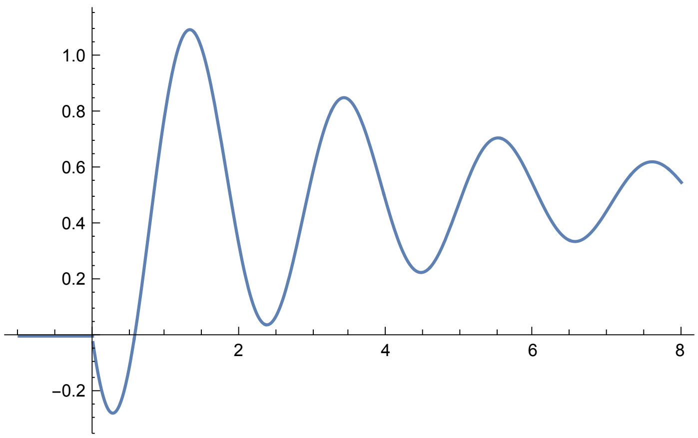
Note que al derivar $f(t) = \frac{1}{2} + A\cos(\omega t + \phi)$

se obtendrá también una oscilación amortiguada

es decir, $f'(t) = A_2\cos(\omega t + \phi_2)$

In[32]:=
```
f[t_] := HeavisideTheta[t] (1 / 2 - 5 / 6 Exp[-t / 4] Cos[3 (t - 0.3)])
Plot[f[t], {t, -1, 8}, PlotRange → Full]
```

Out[33]=

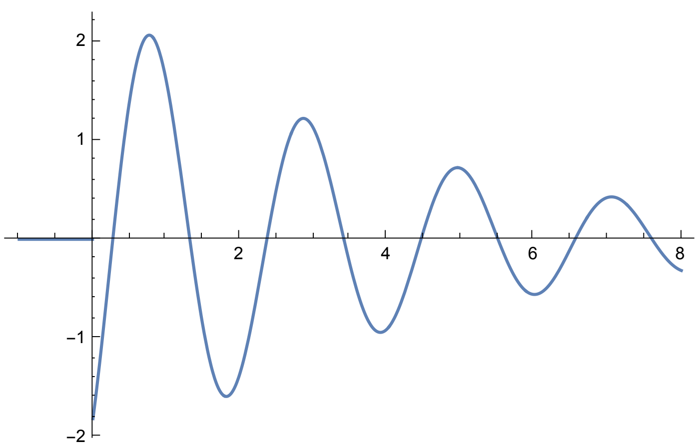


In[28]:=
```
df[t] = D[f[t], t]
Plot[df[t], {t, -1, 8}]
```

Out[28]=

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{6}\,e^{-t/4}\,\mathrm{Cos}[3\,(-0.3+t)]\right)\mathrm{DiracDelta}[t]+\mathrm{HeavisideTheta}[t]\left(\frac{5}{24}\,e^{-t/4}\,\mathrm{Cos}[3\,(-0.3+t)]+\frac{5}{2}\,e^{-t/4}\,\mathrm{Sin}[3\,(-0.3+t)]\right)$$

Out[29]=



In[30]:=
```
if[t] = Integrate[f[x], {x, -1, t}]
Plot[if[t], {t, -1, 8}]
```

Out[30]= ConditionalExpression$\left[e^{-0.25\,t}\,\text{HeavisideTheta}[t]\,\text{HeavisideTheta}[1+t]\left(e^{0.25\,t}\,(-0.23038+0.5\,t)+0.23038\,\text{Cos}[3.\,t]-0.153471\,\text{Sin}[3.\,t]\right),\ t\in\mathbb{R}\right]$

Out[31]=