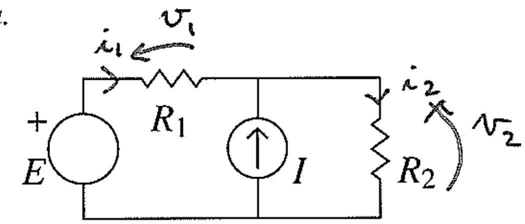
Nombre: Solución JYE – 10 de enero de 2020

ELO102 – S2 2019 – Control #3 (*online*)

Problema 3.1 *Para la red de la figura, determine bajo qué condiciones sobre las constantes E, I, R_1, R_2 ambas fuentes entregan potencia.*



Para determinar la potencia ENTREGADA por cada fuente basta encontrar i_1 y v_2:

Potencia entregada por fuente de voltaje es $p_E = E \cdot i_1$

Potencia entregada por fuente de corriente es $p_I = v_2 I$

Para determinar las señales planteamos ecuaciones de análisis

LVK: $E = v_1 + v_2 \longrightarrow E = R_1 i_1 + v_2$

LCK: $i_1 + I = i_2 \longrightarrow -I = i_1 - \dfrac{v_2}{R_2}$

III: $v_1 = R_1 i_1$

$v_2 = R_2 i_2$

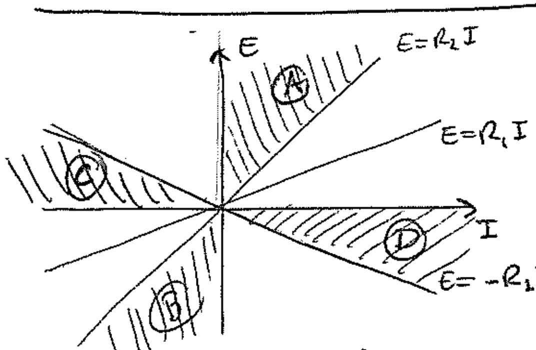
$$\Downarrow$$

$$E = R_1\left(-I + \frac{v_2}{R_2}\right) + v_2$$

$$\Downarrow$$

$$v_2 = \frac{R_2(E + R_1 I)}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow \quad i_1 = \frac{E + R_1 I}{R_1 + R_2} - I = \frac{E - R_2 I}{R_1 + R_2}$$



Sabemos que $R_1, R_2 > 0$

Si $E, I > 0 \Rightarrow v_2 > 0$ pero para que $i_1 > 0 \iff E > R_2 I$ (A)

Si $E, I < 0 \Rightarrow v_2 < 0$ pero para que $i_1 < 0 \iff R_2 I > E$ (B)

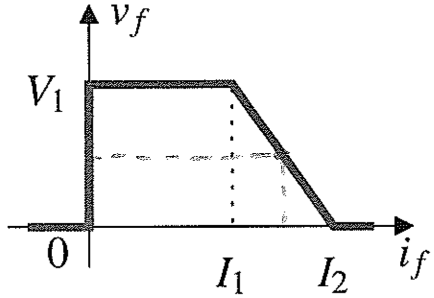
Si $E > 0$ y $I < 0 \Rightarrow i_1 > 0$ pero para que $v_2 < 0 \iff E < -R_1 I$ (C)

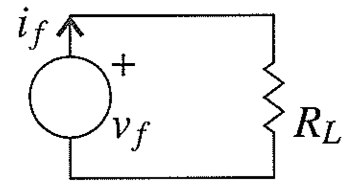
Si $E < 0$ y $I > 0 \Rightarrow i_1 < 0$ pero para que $v_2 > 0 \iff -R_1 I < E$ (D)

Nombre: Solución JYE – 10 de enero de 2020

ELO102 – S2 2019 – Control #3 (*online*)

Problema 3.2 *La figura muestra una red y la característica voltaje corriente para la fuente* no ideal *de voltaje. Determine el valor de R_L para que la potencia entregada por la fuente sea máxima.*





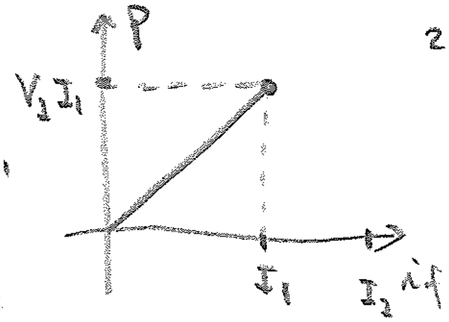
Se puede hacer un gráfico de la potencia entregada por la fuente en función de i_f:

$p = v_f i_f$ (pues v_f e i_f están en ref. no combinada)

1) $0 \le i_f \le I_1$

$\Downarrow$

$p = V_1 i_f$



2) Note que, si $I_1 \le i_f \le I_2$

$$v_f = \frac{-V_1}{I_2 - I_1}(i_f - I_2)$$

$$\Rightarrow p = \frac{-V_1}{I_2 - I_1}(i_f^2 - I_2 i_f)$$ (parábola)

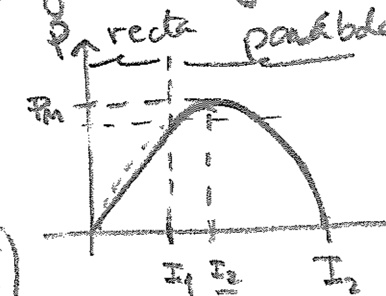
$$\frac{dp}{di_f} = \frac{-V_1}{I_2 - I_1}(2 i_f - I_2) = 0$$

$$\Rightarrow i_f = \frac{I_2}{2}$$

máximo de la potencia

Es decir, de 1) y 2) hay 2 casos posibles

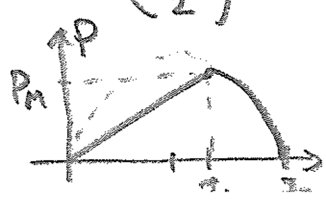
A) si $I_1 \le \frac{I_2}{2}$



$\Downarrow$

$$P_M = \frac{-V_1}{I_2 - I_1}\left(\frac{I_2^2}{4} - \frac{I_2^2}{2}\right) = \frac{1}{4}\frac{I_2^2 V_1}{I_2 - I_1} = R_L\left(\frac{I_2}{2}\right)^2 \Rightarrow R_L = \frac{V_1}{I_2 - I_1}$$

B) si $I_1 \ge \frac{I_2}{2}$

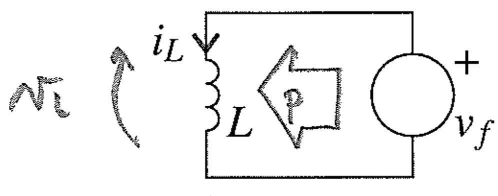


$$P_M = V_1 I_1 = R_L I_1^2 \Rightarrow R_L = \frac{V_1}{I_1}$$

Nombre: Solución JYE – 10 de enero de 2020

ELO102 – S2 2019 – Control #3 (*online*)

Problema 3.3 *En la red de la figura, $v_f(t) = A\cos(\omega t)$ y la corriente inicial por el inductor L es $i_L(0) = I_o$. Grafique la potencia instantánea absorbida por el inductor.*

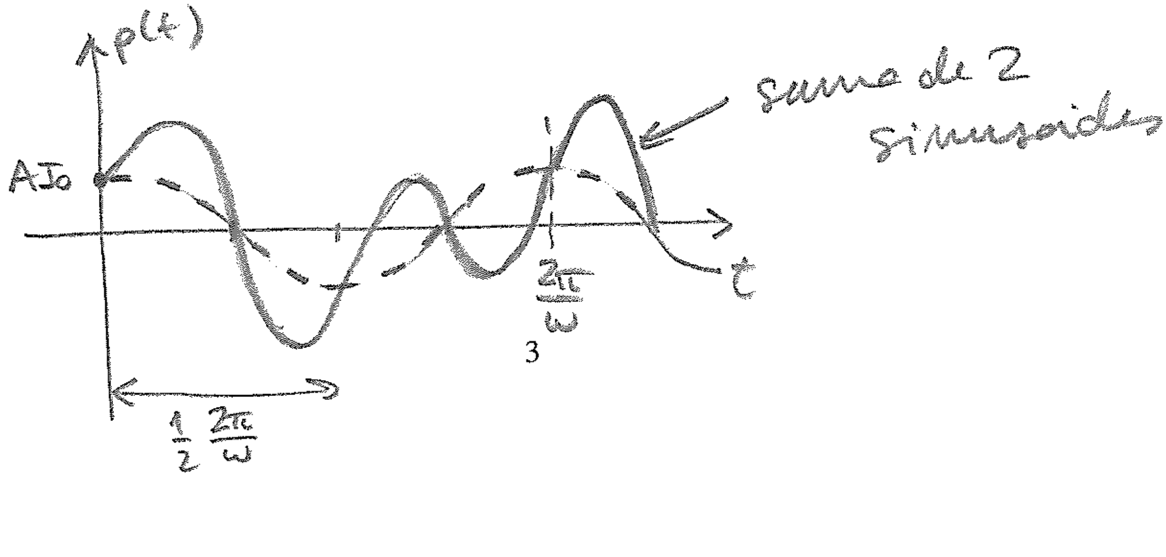


El inductor satisface $v_L = L\frac{di_L}{dt}$ pero $v_L = v_f$

$$\iff i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L}\int_0^t v_f(\tau)\,d\tau$$

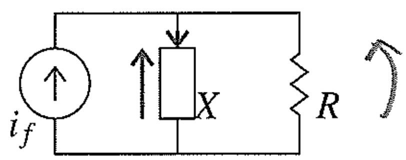
$\Rightarrow$ la potencia instantánea absorbida es

$$\begin{aligned}
p(t) &= v_f(t)\, i_L(t) \\
&= A\cos(\omega t)\left[I_o + \frac{1}{L}\int_0^t A\cos(\omega\tau)\,d\tau\right] \quad t \geq 0 \\
&= AI_o\cos(\omega t) + \frac{A^2}{L}\cos(\omega t)\left[\frac{\operatorname{sen}(\omega\tau)}{\omega}\right]\Bigg|_{\tau=0}^{\tau=t} \\
&= AI_o\cos(\omega t) + \frac{A^2}{\omega L}\operatorname{sen}(\omega t)\cos(\omega t) \\
&= AI_o\cos(\omega t) + \frac{A^2}{\omega L}\left[\frac{\operatorname{sen}(2\omega t)}{2}\right]
\end{aligned}$$



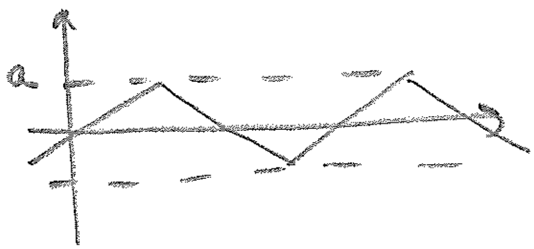
ELO102 – S2 2019 – Control #3 (*online*)

Problema 3.4 *En la red de la figura, $i_f(t)$ es una señal triangular, de valor medio cero y amplitud máxima $a << 1$. La componente desconocida X tiene una característica voltaje/corriente $i = C_1 v + C_3 v^3$, con las orientaciones de i y v como en la figura y en que $C_1 > 0$ y $C_3 > 0$. Determine la corriente por la resistencia R.*



$v = v_Q + v_{SS}(t)$

- $i_f(t)$ es



en que $a << 1$, es decir $i_f(t)$ es una pequeña señal, por tanto

$i_Q = 0 \Rightarrow v_Q = 0$

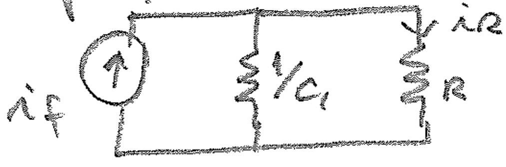
- La componente X para pequeña señal se puede linealizar:

$$i = i_Q + \frac{\partial i}{\partial v}\Big|_Q (v - v_Q)$$

$$i = i_Q + (C_1 + 3C_3 v^2)\Big|_{(i_Q, v_Q)} (v - v_Q)$$

$\Rightarrow i = C_1 v$ es decir X es una resistencia de valor $1/C_1 > 0$

- Red a pequeña señal:

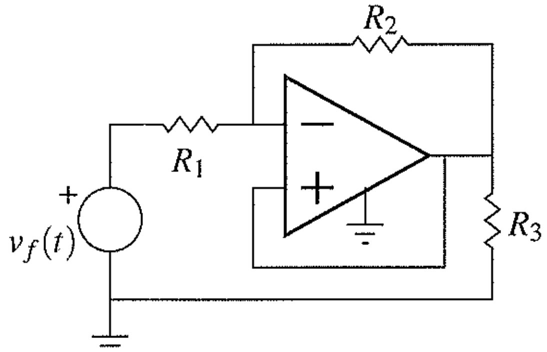


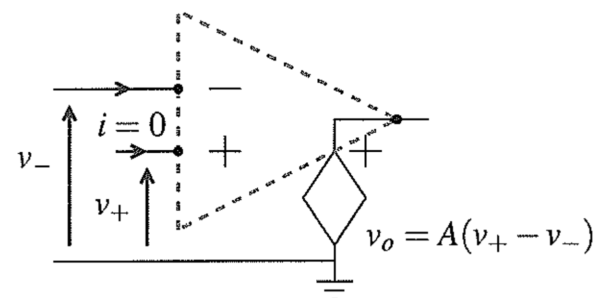
$$\Rightarrow i_R = \frac{1/C_1}{R + 1/C_1} i_f$$

Nombre: Solución JYE – 10 de enero de 2020

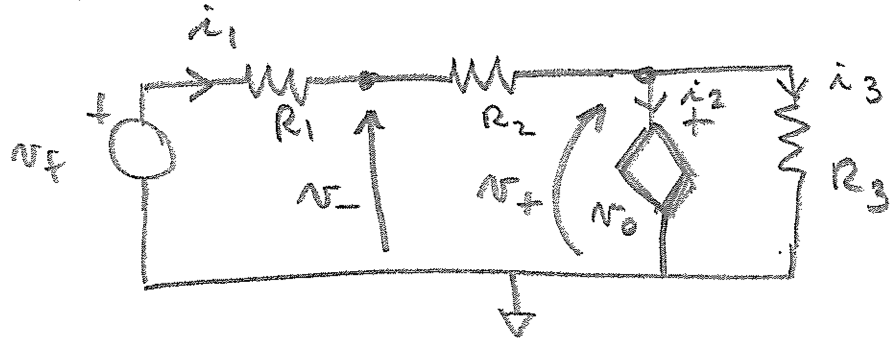
ELO102 – S2 2019 – Control #3 (*online*)

Problema 3.5 *En la red de la figura izquierda se utiliza un amplificador operacional, cuyo modelo se muestra en la figura derecha. Determine la corriente por la resistencia R_3.*





Reemplazando el Amp.Op. por su modelo de red:



(Note que $v_0 = v_+$)

LCK $\quad i_2 = i_1 + i_3$

(LVK) $\begin{cases} v_f = R_1 i_1 + R_2 i_1 + v_0 \\ v_- = v_f - R_1 i_1 \end{cases}$

III $\begin{cases} v_0 = A(v_+ - v_-) \\ v_0 = v_+ \\ v_0 = R_3 i_3 \end{cases}$

6 ecs / 6 inc.

i_1, i_2, i_3

v_-, v_+, v_0

$$v_f = (R_1 + R_2)\, i_1 + v_0$$

$$v_- = \frac{A-1}{A} v_0 = v_f - R_1 i_1$$

2 ecs / 2 inc

$$i_1 = \frac{v_f - v_0}{R_1 + R_2} \Rightarrow \left(\frac{A-1}{A}\right) v_0 = v_f - \frac{R_1}{R_1+R_2}(v_f - v_0) \Rightarrow v_0 = \frac{(A(R_1+R_2) - AR_1)\, v_f}{(A-1)(R_1+R_2) - AR_2}$$

$$\Rightarrow \quad v_0 = \frac{A R_2}{A R_1 - (R_1 + R_2)} \, v_f$$

$$\Rightarrow \quad i_3 = \frac{v_0}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 - \left(\frac{R_1 + R_2}{A}\right)} \, \frac{1}{R_3} \, v_f$$

(*) en un amp. op $\quad A \longrightarrow \infty$

$$\Rightarrow \quad i_3 \longrightarrow \frac{R_2}{R_1 R_3} \, v_f$$