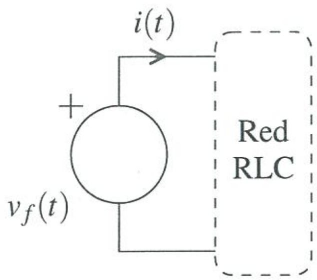
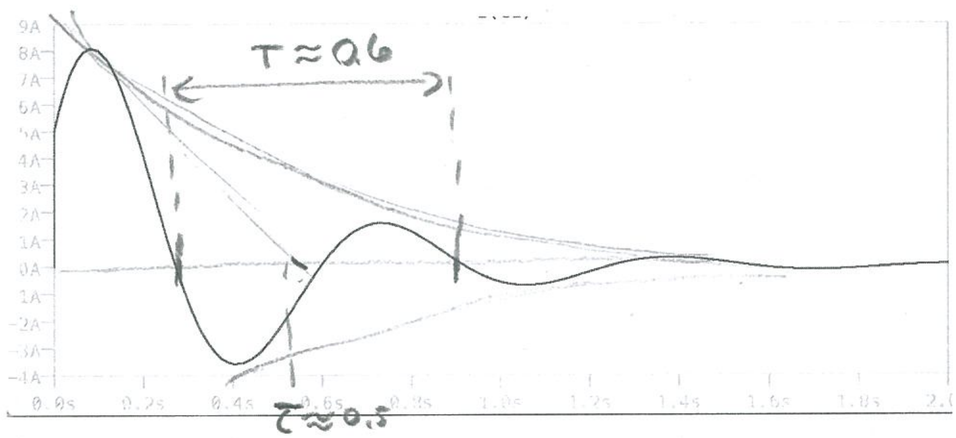
ELO102 – S2 2019 – Control #4 (Fase 2)

Problema 4.1 *La fuente de voltaje $v_F(t) = 10$ se enciende en $t = 0$ y está conectada a un circuito RLC con condiciones iniciales iguales a cero. Proponga un circuito RLC (interconexión y valor de las componentes) que corresponda a la señal de corriente $i(t)$ que se muestra en la figura izquierda.*





i) Del gráfico se puede estimar: $\tau \approx 0.5$ [s]

y $\omega = \frac{2\pi}{T} \approx 10$ [rad/s] ($T \approx 0.6$)

es decir las raíces de la ecuación característica de la EDO del circuito RLC son complejas conjugadas de la forma:

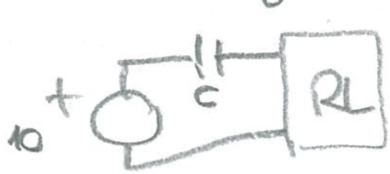
$$\lambda_{1,2} = a \pm jb = \frac{-1}{\tau} \pm j\omega \approx -2 \pm j10$$

ii) En estado estacionario, cuando la fuente es constante, sabemos que

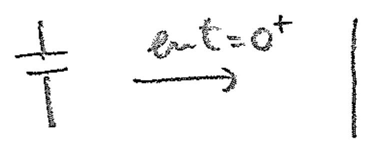
el condensador se comporta como circuito abierto, y

el inductor se comporta como un corto circuito

Dado que $i(\infty) \to 0$, tiene que haber un circuito abierto en serie, es decir, hay un condensador en serie en el circuito RLC:

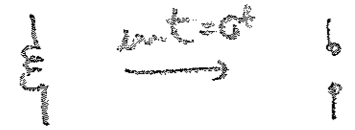


iii) En $t=0^+$ el comportamiento es el contrario, es decir:



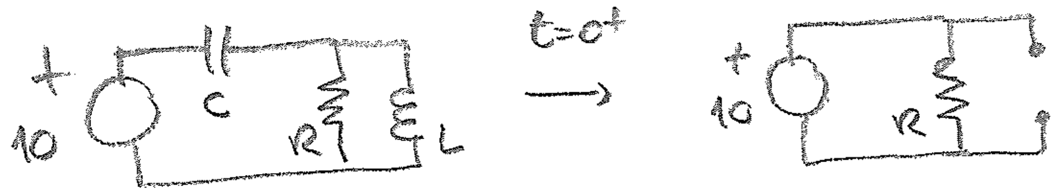
se comporta como un corto circuito

y



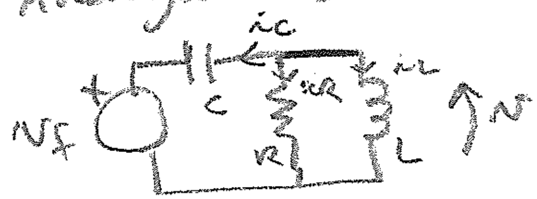
se comporta como un cable

Dado que $i(0^+) = 5$, entonces en el circuito RL el inductor NO está en serie y debe estar en paralelo con R:



$$\Rightarrow \quad R = \frac{10[V]}{5[A]} = 2$$

iv) Analizando el circuito



$$i_C + i_R + i_L = 0$$

$$C\frac{d}{dt}(v - v_f) + \frac{v}{R} + \frac{1}{L}\int v = 0$$

$$\Rightarrow \quad C\frac{d^2}{dt^2}v + \frac{1}{R}\frac{dv}{dt} + \frac{1}{L}v = C\frac{d^2 v_f}{dt^2}$$

Por tanto ecuación característica es

$$C\lambda^2 + \frac{1}{R}\lambda + \frac{1}{L} = 0$$

$$\lambda^2 + \frac{1}{RC}\lambda + \frac{1}{LC} = 0$$

y tiene que ser igual a $(\lambda + 2 + 10j)(\lambda + 2 - 10j)$

$$= \lambda^2 + 4\lambda + 14$$

$$\Rightarrow \quad 4 = \frac{1}{RC} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{8}$$

$$14 = \frac{1}{LC} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{8}{14}$$

//