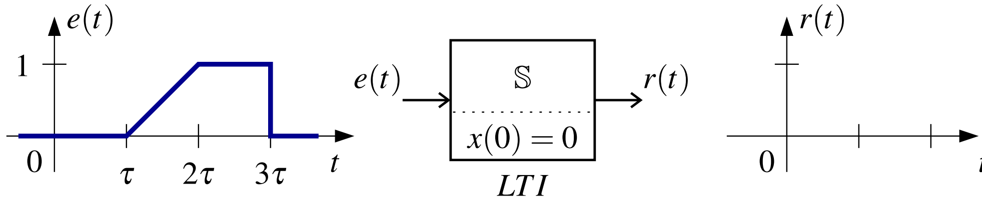
Solución

ELO102 – S1 2020 – Control #2

Problema 2.1 *Considere un sistema lineal e invariante en el tiempo (SLIT o LTI) tal que*

$$T\langle x(0)=0; \mu(t)\rangle = Ae^{-t/\tau} \qquad ;\ para\ t \geq 0$$
$$T\langle x(0)=1; 0\rangle = e^{-t/\tau} \qquad ;\ para\ t \geq 0$$

Determine y grafique la respuesta del sistema cuando la excitación es como en la figura y las condiciones iniciales son cero.



- La excitación e(t) de la figura se puede expresar usando funciones elementales:

$$e(t) = \underbrace{\frac{1}{\tau}\,\mathrm{rampa}(t-\tau)}_{e_1(t)} \underbrace{- \frac{1}{\tau}\,\mathrm{rampa}(t-2\tau)}_{e_2(t)} \underbrace{- \mu(t-3\tau)}_{e_3(t)}$$

- El sistema es lineal por tanto se puede obtener la respuesta usando superposición.
- Más aún el sistema es invariante en t, por tanto la respuesta a $e_3(t)$ se obtiene simplemente desplazando la respuesta a $e(t)=\mu(t)$ (con c.i. $=0$)

$$T\langle 0; \mu(t)\rangle = Ae^{-t/\tau} \Rightarrow T\langle 0; -\mu(t-3\tau)\rangle = -Ae^{-\frac{(t-3\tau)}{\tau}} \quad ; t \geq 3\tau$$

- ... y la respuesta a rampa se obtiene integrando la respuesta a escalón:

$$T\langle 0; \underbrace{\int_0^t \mu(x)\,dx}_{\mathrm{rampa}(t)} \rangle = \int_0^t T\langle 0; \mu(x)\rangle dx = \int_0^t Ae^{-x/\tau}dx = A\tau(1-e^{-t/\tau}) \ ; t \geq 0$$

$$\Rightarrow T\langle 0; \frac{1}{\tau}\mathrm{rampa}(t-\tau)\rangle = A\left(1-e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau}}\right) \quad ; t \geq \tau$$

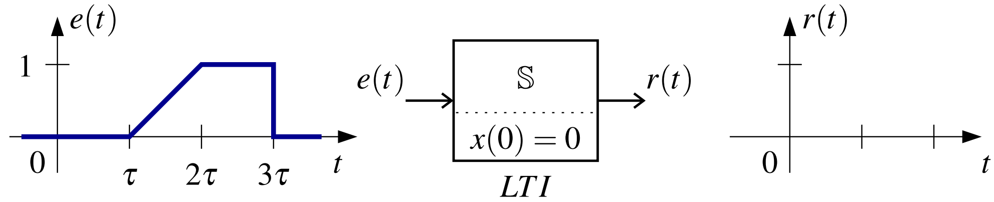
$$y \quad T\langle 0; -\frac{1}{\tau}\mathrm{rampa}(t-2\tau)\rangle = -A\left(1-e^{-\frac{(t-2\tau)}{\tau}}\right) \quad ; t \geq 2\tau$$

ELO102 – S1 2020 – Control #2

Problema 2.1 *Considere un sistema lineal e invariante en el tiempo (SLIT o LTI) tal que*

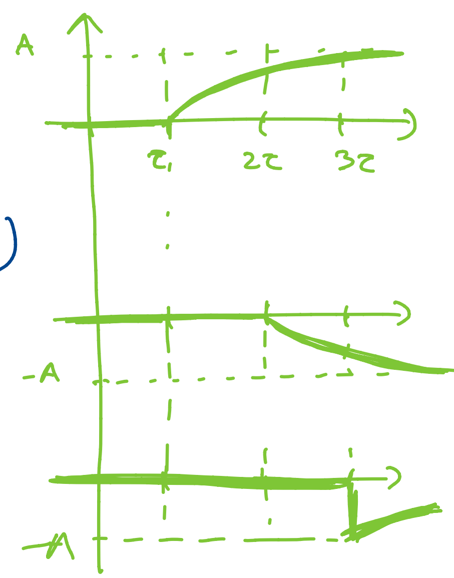
$$T\langle x(0)=0; \mu(t)\rangle = Ae^{-t/\tau} \qquad ;\ para\ t \geq 0$$
$$T\langle x(0)=1; 0\rangle = e^{-t/\tau} \qquad ;\ para\ t \geq 0$$

Determine y grafique la respuesta del sistema cuando la excitación es como en la figura y las condiciones iniciales son cero.



De esta forma:

$$T\langle 0; e(t)\rangle = A\left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau}}\right)\mu(t-\tau)$$
$$-A\left(1 - e^{-\frac{(t-2\tau)}{\tau}}\right)\mu(t-2\tau)$$
$$-A\, e^{-\frac{(t-3\tau)}{\tau}}\mu(t-3\tau)$$



Por tanto un gráfico cualitativo es aproximadamente: