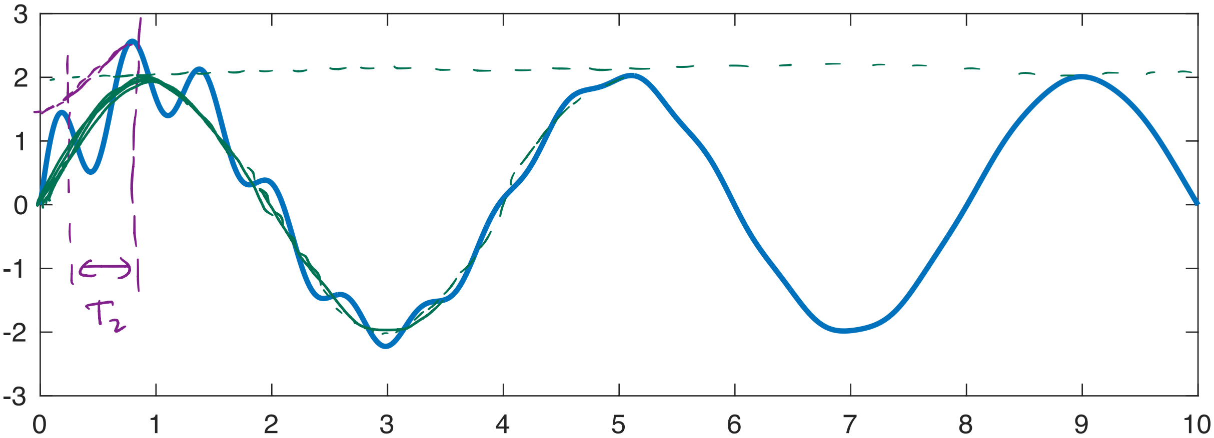
$\boxed{\text{Solución}}$

ELO102 – S1 2021 – Control #1

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 5.1 *Determine una expresión analítica para la señal de la figura.*



- Se aprecia que la señal es una sinusoide sobre la que hay una oscilación que luego desaparece

$$f(t) = A\,\text{sen}(\omega_1 t) + b\,\text{sen}(\omega_2 t)\, e^{-t/\tau}$$

- Se eligen ambas como sen( ) pues $f(0) = 0$ ↔ o estimar adecuada % ϕ_s

- La sinusoide $A\,\text{sen}(\omega_1 t)$ se aprecia que completa 2,5 períodos en $t = 10$ $\Rightarrow$ $10 = 2{,}5\,T_1$ $\Rightarrow$ $\boxed{T_1 = 4}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{\pi}{2}}$

  mientras que $\boxed{A = 2}$ es la amplitud.

- Para la oscilación amortiguada $b\,\text{sen}(\omega_2 t)\, e^{-t/\tau}$ se aprecia que $\boxed{T_2 \approx 1/2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = 4\pi}$

  La oscilación desaparece para $t \geq 6$ aproximadamente $\Rightarrow$ $4\tau \approx 6$ $\Rightarrow$ $\boxed{\tau \approx 3/2}$

  La amplitud b puede aproximarse observando la envolvente exponencial cerca de $t \approx 0$: $\boxed{b \approx 1{,}5}$

(sin justificación o algún gráfico: ponderan por $\frac{1}{2}$ los últimos 7 puntos)

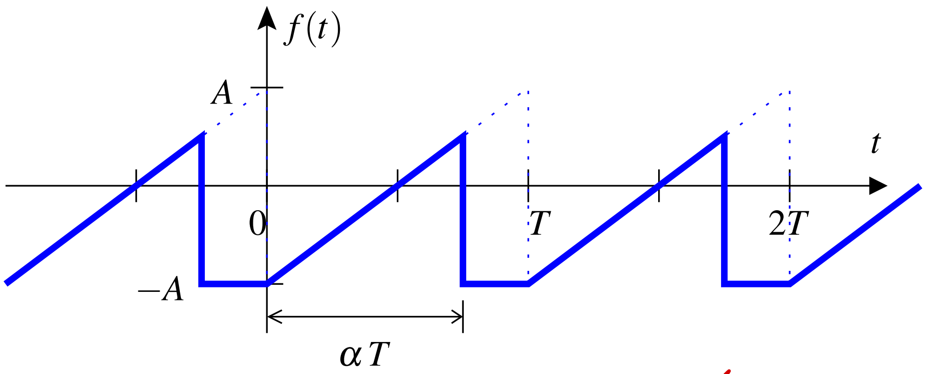
Solución

JYE – 13 de abril de 2021

ELO102 – S1 2021 – Control #1

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 5.2 *En la figura, $\alpha \in [0,1]$. Determine TODOS los valores característicos de la señal.*



Se aprecia que la señal es periódica ✓ y puede expresarse analíticamente como:

$$f(t) = \begin{cases} -A + \frac{2A}{T}\cdot t & 0 \le t \le \alpha T \\ -A & \alpha T \le t \le T \\ f(t+T) & \text{en otros casos} \end{cases}$$ ✓✓

Valores característicos:

- $f_{máx} = f(\alpha T) = -A + 2A\alpha$ ✓
- $f_{mín} = -A$ ✓
- $f_{p-p} = f_{máx} - f_{mín} = 2A\alpha$ ✓
- $\overline{f} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{1}{T}\left(\int_0^{\alpha T}\left(-A+\frac{2A}{T}t\right)dt + \int_{\alpha T}^{T}(-A)\,dt\right)$

  $= \frac{1}{T}\left(-AT + \frac{2A}{T}\left(\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^{\alpha T}\right) = -A + \alpha^2 A$

  método ✓ resultado ✓

- $f_{rms}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt = \frac{1}{T}\left(\int_0^{\alpha T}\left(-A+\frac{2A}{T}t\right)^2 dt + \int_{\alpha T}^{T} A^2\,dt\right)$

  $= \frac{1}{T}\left[A^2T - \frac{4A^2}{T}\left(\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^{\alpha T} + \frac{4A^2}{T^2}\left(\frac{t^3}{3}\right)\Big|_0^{\alpha T}\right] = A^2 - 2A^2\alpha^2 + \frac{4A^2}{3}\alpha^3$

$\Rightarrow f_{rms} = A\sqrt{1 - 2\alpha^2 + \frac{4}{3}\alpha^3}$

método ✓
resultado ✓