

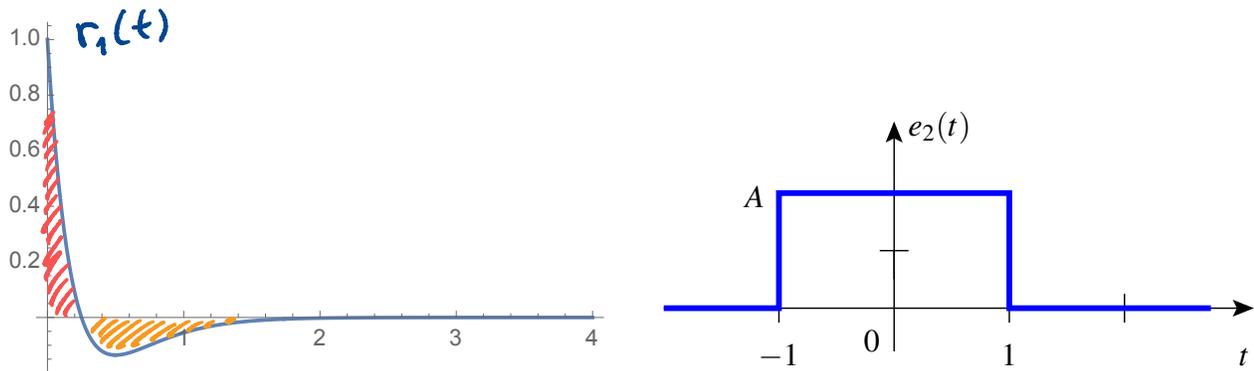
Solución

ELO102 - S1 2021 - Control #2

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 2.1 La figura izquierda muestra la respuesta de un sistema lineal e invariante en el tiempo (SLIT) cuando la entrada es un impulso unitario, $e_1(t) = \delta(t)$ y las condiciones iniciales son cero.

Haga un gráfico aproximado, pero cualitativamente correcto, de la respuesta del sistema cuando la entrada es $e_2(t)$ que se muestra en la figura derecha y las condiciones iniciales son cero.

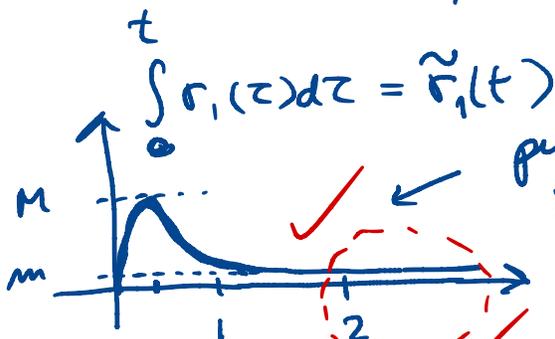


- Dado que el sistema es lineal e invariante en el tiempo, es posible obtener la respuesta a escalón unitario en base a la respuesta a impulso: ✓

$$\text{SLIT: } T\left\langle 0; \int_{t_0}^t \mu(\tau) d\tau \right\rangle = \int_{t_0}^t T\langle 0; \mu(\tau) \rangle d\tau$$

$$\Rightarrow T\langle 0; \mu(t) \rangle = \int_0^t T\langle 0; \delta(\tau) \rangle d\tau$$

$$\Rightarrow T\langle 0; \mu(t) \rangle = \int_0^t r_1(\tau) d\tau \quad \checkmark, \text{ por tanto se hace la integral definida de } r_1(t) \text{ en la figura izquierda:}$$



pues el área positiva se ve solo levemente mayor (¿o igual?) al área negativa ✓

$$M \approx \frac{1 \cdot 0.2}{2} \approx 0.1$$

$$m \approx 0 \text{ o } \geq 0$$

Solución

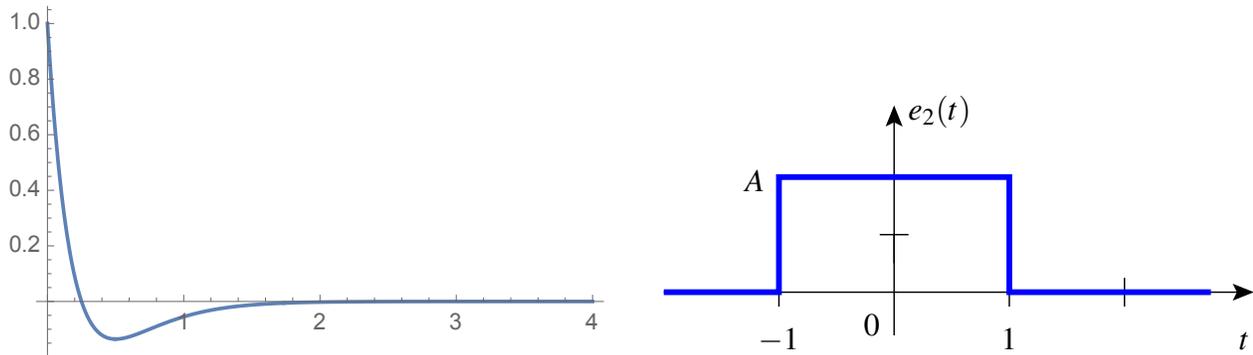
JYE – 28 de abril de 2021

ELO102 – S1 2021 – Control #2

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 2.1 La figura izquierda muestra la respuesta de un sistema lineal e invariante en el tiempo (SLIT) cuando la entrada es un impulso unitario, $e_1(t) = \delta(t)$ y las condiciones iniciales son cero.

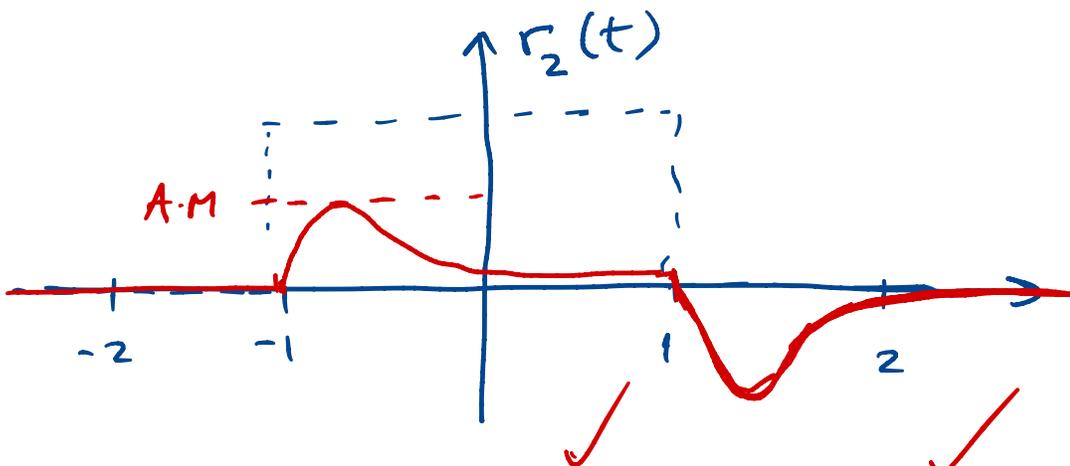
Haga un gráfico aproximado, pero cualitativamente correcto, de la respuesta del sistema cuando la entrada es $e_2(t)$ que se muestra en la figura derecha y las condiciones iniciales son cero.



• De esta forma, por linealidad e invarianza temporal:

$$e_2(t) = A\mu(t+1) - A\mu(t-1) \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow r_2(t) = A\tilde{r}_1(t+1) - A\tilde{r}_1(t-1) \quad \checkmark$$



(que sea coherente la rpta. a escala en pag. anterior)

Solución

JYE - 28 de abril de 2021

ELO102 - S1 2021 - Control #2

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 2.2 Considere un sistema con entrada $u(t)$, estado inicial x_0 en $t = t_0$, cuya respuesta está dada por

$$\begin{aligned} r(t) &= T(x(t_0) = x_0; u(t)) \\ &= 4x_0 u(t-1) \quad ; \forall t \geq t_0 \end{aligned}$$

- (a) Determine si el sistema es lineal.
(b) Determine si el sistema es invariante en el tiempo.

(a) El sistema NO es lineal pues, por ejemplo, NO cumple con superposición a estado y entrada ✓✓

$$T(x_0; u(t)) = 4x_0 u(t-1) \neq \underbrace{T(x_0; 0)}_0 + \underbrace{T(0; u(t))}_0$$

- escriba lo que debería cumplirse ✓
- evalúe a ambos lados ✓✓
- verifique que NO se cumple ✓

(b) Consideremos la entrada desplazada

$$\tilde{u}(t) = u(t - k) \quad \checkmark$$

y la condición inicial desplazada

$$x_0(t_0 + k) = x_0 \quad \checkmark$$

Entonces, la salida es

$$\begin{aligned} \tilde{r}(t) &= T(x(t_0 + k) = x_0; u(t - k)) \\ &= 4x_0 u(t - k - 1) \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$= r(t - k) \quad \checkmark$$

por tanto el sistema SI es invariante en el tiempo. ✓