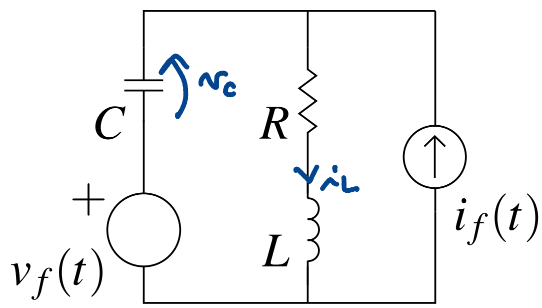
Solución

ELO102 – S1 2021 – Control #5

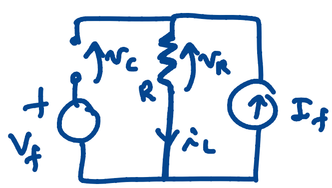
Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 5.1 *En la red de la figura, ambas fuentes $i_f(t) = I_f$ y $v_f(t) = V_f$ son constantes y están encendidas hace mucho tiempo. Si AMBAS fuentes se apagan en $t = 0$, determine la energía total absobida por la resistencia R en el intervalo $[0, \infty)$.*



- Para determinar $v_C(0)$ e $i_L(0)$ determinamos el estado estacionario, pues las fuentes llevan "mucho" tiempo encendidas.
- En estado estacionario, con fuentes constantes
  - el condensador se comporta como circuito abierto $i_C = C\frac{dv_C}{dt} = 0$
  - el inductor se comporta como un corto circuito $v_L = L\frac{di_L}{dt} = 0$

Por tanto el circuito en estado estacionario (para $t < 0$) es:

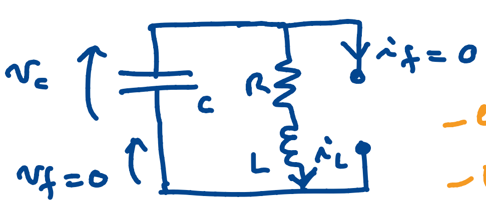


Por tanto: $i_L(0) = I_f$

y
$$v_C(0) = v_R(0) - V_f = R\, i_L(0) - V_f = R I_f - V_f$$

- Al apagar las fuentes:
  - la fuente de voltaje se comporta como corto circuito ($v_f(t) = 0$)
  - la fuente de corriente se comporta como circuito abierto ($i_f(t) = 0$)

Por tanto el circuito para $t \geq 0$ es:



– ecs.

– $E_T = \int_0^\infty p\,dt$

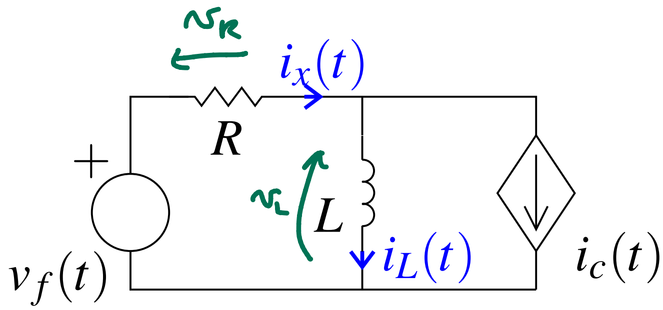
- R disipa toda la energía inicialmente almacenada en el condensador y en el inductor:

$$E_{TOTAL} = \frac{1}{2} L I_f^2 + \frac{1}{2} C (R I_f - V_f)^2$$

ELO102 – S1 2021 – Control #5

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 5.2 *Considere la red de la figura, en que la fuente de voltaje es constante* $v_f(t) = V_f > 0$, *en el inductor* $i_L(0) = I_o > 0$ *y para la fuente controlada* $i_c(t) = k\, i_x(t)$. *Determine y grafique* $i_L(t)$ *para* $t \geq 0$.



- Ecuaciones de análisis

$$v_f = v_R + v_L$$
$$i_x = i_L + i_c$$
$$v_R = R\, i_x$$
$$v_L = L \frac{di_L}{dt}$$
$$i_c = k\, i_x$$

(sistema consistente) ✓✓

- Obtenemos EDO para $i_L(t)$

$$\longrightarrow \quad v_f = R\, i_x + L \frac{di_L}{dt}$$
$$\longrightarrow \quad i_x = i_L + k\, i_x$$

$$\Rightarrow \quad v_f = R \frac{1}{1-k} i_L + L \frac{di_L}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\underbrace{\frac{L}{R}(1-k)}_{\tau} \frac{di_L}{dt} + i_L = \underbrace{\frac{(1-k)}{R} v_f}_{C}}$$

(EDO para i_L) ✓✓

- La solución es de la forma

✓ $$i_L(t) = C + (i_L(0) - C)\, e^{-t/\tau} \quad ; t \geq 0$$

en que $C = \frac{(1-k)}{R} V_f$ ✓

$i_L(0) = I_o$

y $\tau = \frac{L}{R}(1-k)$ ✓

- Para la gráfica es importante notar

que si $k > 1 \Rightarrow \tau > 0$ (exp. decreciente)

pero si $k < 1 \Rightarrow \tau < 0$ (exp. creciente)

✓ (discusión)