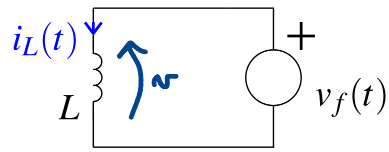
ELO102 – S1 2021 – Examen Final

Problema 1 *En la red de la figura, $i_L(0) = I_o > 0$ y la fuente de voltaje es*

$$v_f(t) = A[r(t-1) - r(t-2) - \mu(t-3)]$$

en que $A > 0$, $r(t)$ es la función rampa unitaria y $\mu(t)$ es el escalón unitario. Grafique $i_L(t)$ para $t \geq 0$.



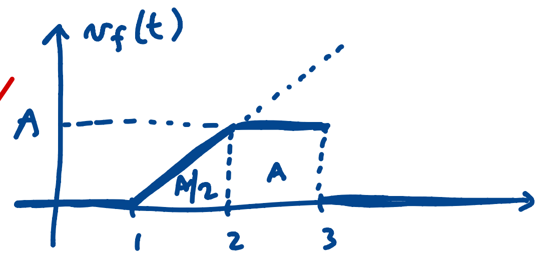
• En el inductor $v(t) = L\dfrac{di_L(t)}{dt}$

$$\Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L}\int v(\tau)\,d\tau = I_o + \frac{1}{L}\int_0^t v_f(\tau)\,d\tau$$

• Por tanto, para graficar $i_L(t)$ se debe integrar $v_f(t)$:

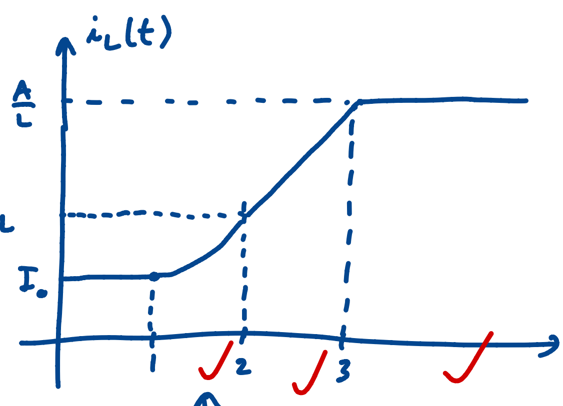
$v_f(t) = A[r(t-1) - r(t-2) - \mu(t-3)]$

valor



forma

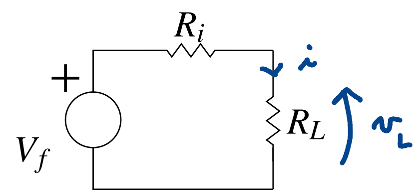
$\Rightarrow$



(parábola)

Solución

Problema 2 *En la red de la figura, R_i y V_f son son constantes. Determine el valor de R_L tal que la potencia disipada por dicha resistencia sea máxima.*



- La potencia disipada por R_L es $p = v_L \cdot i = R_L i^2 = \dfrac{v_L^2}{R_L}$

- Usando división de tensión: $v_L = \dfrac{R_L}{R_i + R_L} V_f$

$$\Rightarrow \quad p = p(R_L) = \frac{R_L V_f^2}{(R_i + R_L)^2}$$

- Para maximizar: $$\frac{dp}{dR_L} = \frac{V_f^2 (R_i + R_L)^{\cancel{2}} - R_L V_f^2 \, 2 \, \cancel{(R_i + R_L)}}{(R_i + R_L)^{\cancel{4}\,3}}$$

$$= \frac{V_f^2 (R_i - R_L)}{(R_i + R_L)^3}$$

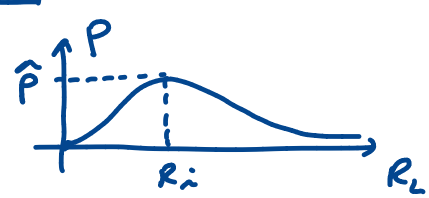
por tanto

$$\frac{dp}{dR_L} = 0 \iff \boxed{R_L = R_i}$$

Note que si $R_L = 0 \Rightarrow p = 0$

si $R_L \to \infty \Rightarrow p = 0$

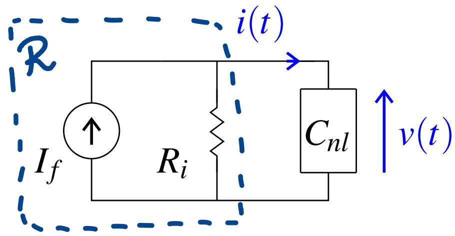
y $p(R_L) \geq 0$

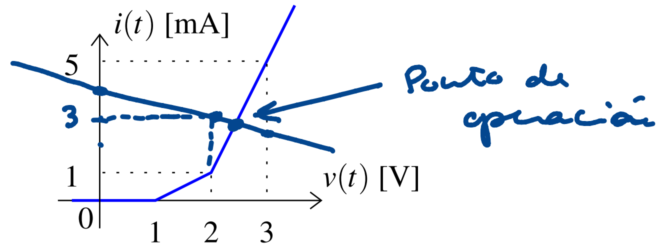


por tanto $p(R_i) = \dfrac{R_i V_f^2}{(2R_i)^2} = \dfrac{V_f^2}{4R_i}$ es un MÁXIMO

$\boxed{\text{Solución}}$

Problema 3 *En la red de la figura, $R_i = 2[k\Omega]$, $I_f = 4[mA]$ y la característica terminal de la componente C_{nl} está dada en el gráfico. Determine la resistencia local de la componente C_{nl} en el punto de operación.*





- Para determinar el punto de operación, primero se determina la característica terminal de R

$$I_f = \frac{v(t)}{R_i} + i(t) \Rightarrow i(t) = I_f - \frac{v(t)}{R_i}$$

$$i = 4 - \frac{1}{2} v$$

- Graficando se puede ver: si $v = 0 \longrightarrow i = 4$ [mA]

  si $v = 2 \longrightarrow i = 3$ [mA]

  si $v = 3 \longrightarrow i = 2{,}5$ [mA]

  Por tanto el punto de operación está en el intervalo en que $2 < v < 3$ [V]

  y $2{,}5 < i < 3$ [mA]

Buscar Intersección

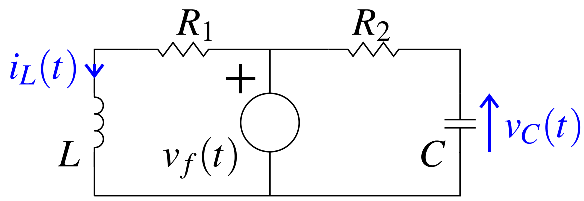
- La resistencia local de Cnl se determina a partir de la pendiente de su característica terminal en dicho intervalo:

$$m = \frac{\Delta i}{\Delta v} = \frac{(5-1)\,[mA]}{(3-2)\,[V]} = 4 \left[\frac{1}{k\Omega}\right]$$

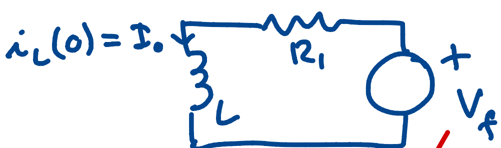
$$\Rightarrow R_{local} = \frac{1}{m} = \frac{1}{4}\,[k\Omega]$$

$\boxed{\text{Solución}}$

Problema 4 *En la red de la figura* $v_C(0) = V_o > 0$, $i_L(0) = I_o > 0$ *y* $v_f(t) = V_f \mu(t)$. *Grafique* $i_L(t)$ *o* $v_C(t)$ *para* $t \geq 0$.



- Note que el circuito $R_1 L$ y el circuito $R_2 C$ están en paralelo con la fuente de voltaje.
- Por tanto, para $i_L(t)$, para $t \geq 0$

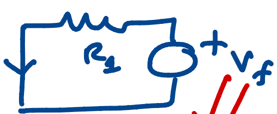


$$i_L(t) = i_L(\infty) + (i_L(0) - i_L(\infty))\, e^{-t/\tau}$$

en que

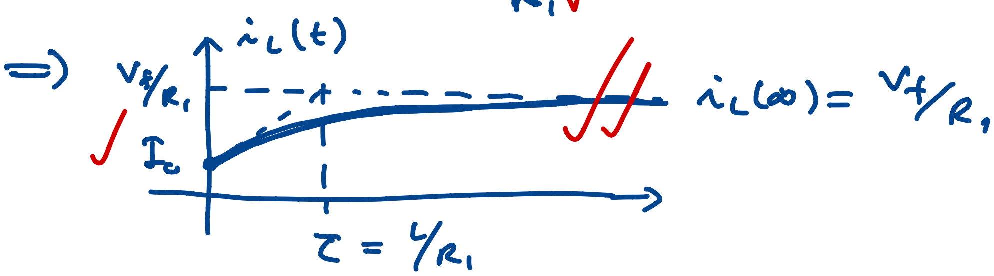
$i_L(0) = I_o > 0$

$i_L(\infty) = \dfrac{V_f}{R_1}$ pues en e.e.

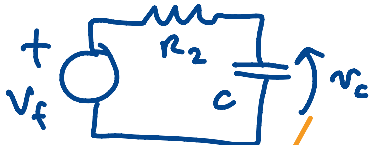


y $\tau = \dfrac{L}{R_1}$

$\Longrightarrow$



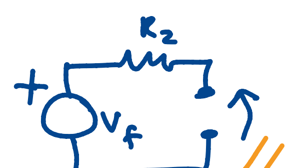
- Alternativamente, para $v_c(t)$, para $t \geq 0$



$$v_c(t) = v_c(\infty) + (v_c(0) - v_c(\infty))\, e^{-t/\tau}$$

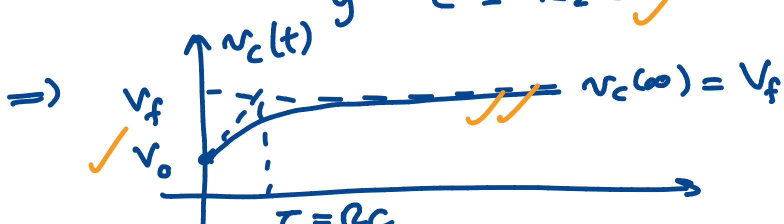
en que $v_c(0) = V_o > 0$

$v_c(\infty) = V_f$ pues en e.e.



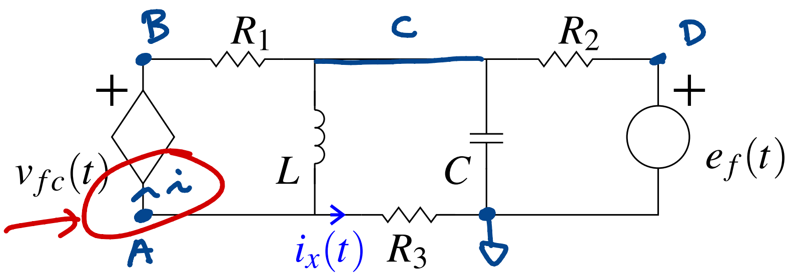
y $\tau = R_2 C$

$\Longrightarrow$



Solución

Problema 5 *En la red de la figura, $v_{fc} = K\,i_x(t)$. Determine un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red.*



def. nodo ref. e incógnitas ✓

• Si aplicamos voltajes de nodos:
LCK en cada nodo ✓, excepto en D pues $v_D(t) = e_f(t)$: ✓

✓ (A) $\dfrac{v_A}{R_3} + i + \dfrac{1}{L}\int (v_A - v_C)\,dt = 0$

✓ (B) $-i + \dfrac{v_B - v_C}{R_1} = 0$

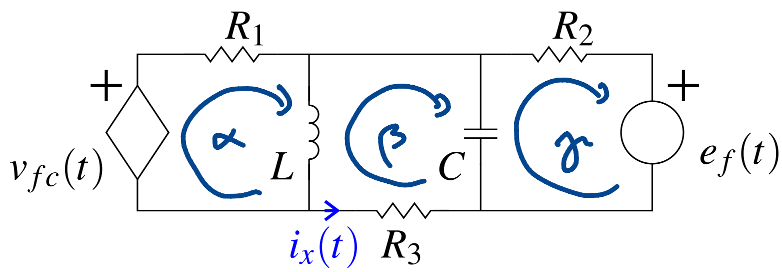
✓ (C) $\dfrac{v_C - v_B}{R_1} + \dfrac{1}{L}\int (v_C - v_A)\,dt + C\dfrac{dv_C}{dt} + \dfrac{v_C - e_f}{R_2} = 0$

la fuente controlada: ✓✓
$$\left.\begin{aligned} v_{fc} &= K\,i_x \\ i_x &= \frac{v_A}{R_3} \\ v_{fc} &= v_B - v_A \end{aligned}\right.$$

6 ecuaciones l.i.
y 6 incógnitas: $\{v_A, v_B, v_C, v_{fc}, i, i_x\}$ } ✓

Solución

Problema 5 *En la red de la figura, $v_{fc} = K\, i_x(t)$. Determine un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red.*



def. corrientes de malla ✓

- Alternativamente, si se aplica corrientes de malla:

LVK en cada malla:

(5)

$$(\alpha)\qquad R_1 i_\alpha + L\frac{d}{dt}(i_\alpha - i_\beta) = v_{fc}$$

$$(\beta)\qquad L\frac{d}{dt}(i_\beta - i_\alpha) + \frac{1}{C}\int (i_\beta - i_\gamma)\,dt + R_3 i_\beta = 0$$

$$(\gamma)\qquad \frac{1}{C}\int (i_\gamma - i_\beta)\,dt + R_2 i_\gamma + e_f = 0$$

la fuente controlada ✓✓

$$v_{fc} = K\, i_x$$

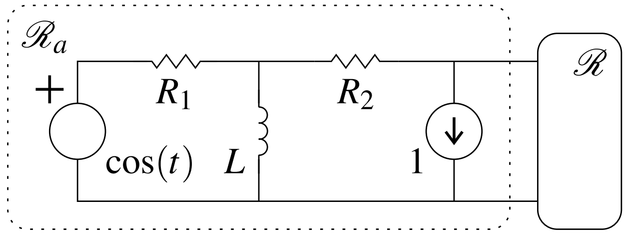
$$i_x = -i_\beta$$

5 ecuaciones l.i.

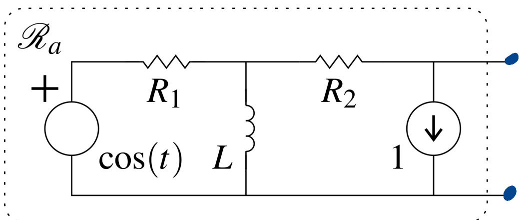
y 5 incógnitas: $\{i_\alpha, i_\beta, i_\gamma, v_{fc}, i_x\}$ ✓

Solución

Problema 6 *En la figura, determine la fuente Thevenin en estado estacionario para la red $\mathscr{R}_a$.*

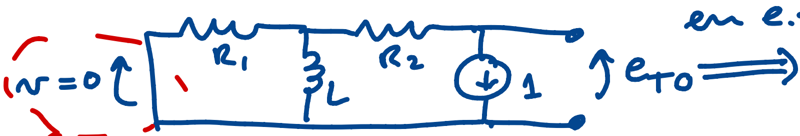


- Para determinar la fuente Thévenin se debe obtener el voltaje de circuito abierto de $\mathscr{R}_a$:

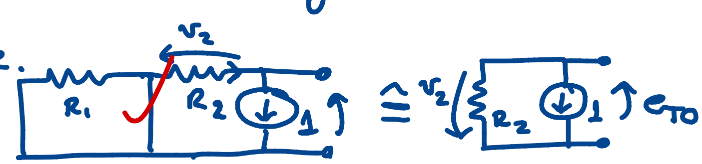


$v_{ca} = e_T$

- Aplicamos superposición para determinar e_T en estado estacionario
- Para DC ($\omega = 0$), apagamos la fuente de voltaje:

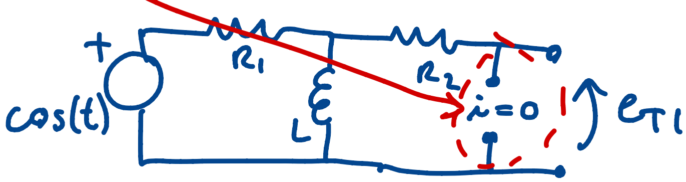


en e.e.

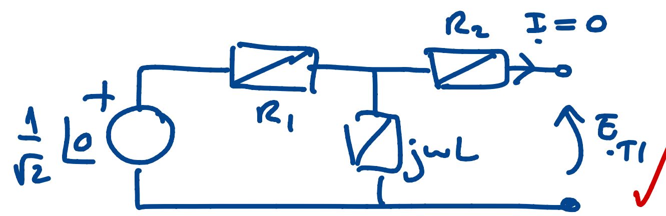


$v_2 = R_2 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{e_{T0} = -R_2}$

- Para AC ($\omega = 1$), apagamos la fuente de corriente:



$\mathcal{P}\{\cdot\}$



$$\Rightarrow \dot{E}_{T1} = \frac{j\omega L}{R_1 + j\omega L} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\angle 0$$

forma

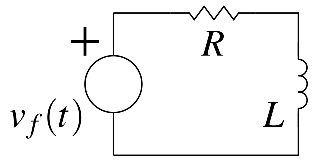
$1 \cdot 1, \measuredangle$

$$\Rightarrow e_{T1}(t) = \frac{\omega L}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2}} \cos\left(t + \pi/2 - \mathrm{Arctg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$

Finalmente $e_T(t) = e_{T0} + e_{T1}(t)$ es la fuente Thévenin en e.e.

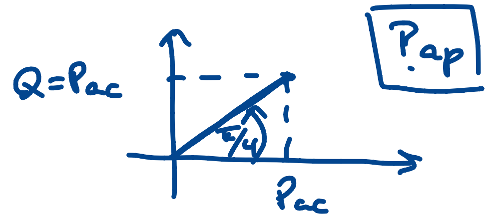
Solución

Problema 7 *En la red de la figura, $v_f(t) = A\cos(\omega t + \alpha)$. Determine la frecuencia ω tal que la potencia activa y reactiva entregadas por la fuente de voltaje sean iguales.*

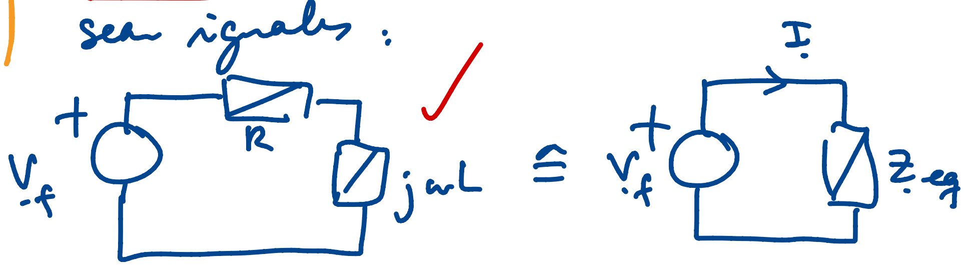


- La potencia compleja aparente es $\underset{\cdot}{P}_{ap} = P_{ac} + jQ$

$\Rightarrow$ Si $P_{ac} = Q \Rightarrow \underset{\cdot}{P}_{ap} = P_{ac}(1 + j) = P_{ac}\sqrt{2}\,\angle \pi/4$



- Por tanto, basta que el ángulo de la impedancia equivalente sea $\pi/4$ o, lo que es lo mismo, su parte real e imaginaria sean iguales:



$\underset{\cdot}{Z}_{eq} = R + j\omega L$

$= \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}\,\angle\phi$

$\phi = \text{Arctg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$

$\phi = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{\omega L}{R} = 1$

$\Leftrightarrow \boxed{\omega = \frac{R}{L}}$

- Verificando

$$\underset{\cdot}{P}_{ap} = \underset{\cdot}{V}_f \underset{\cdot}{I}^* = \frac{|\underset{\cdot}{V}_f|^2}{\underset{\cdot}{Z}_{eq}^*} = \frac{|\underset{\cdot}{V}_f|^2}{|\underset{\cdot}{Z}_{eq}|^2}\underset{\cdot}{Z}_{eq} = \frac{A^2/2}{R^2 + (\omega L)^2}(R + j\omega L)$$

$$\Rightarrow P_{ac} = \frac{A^2/2}{R^2 + (\omega L)^2} R \quad y \quad Q = \frac{A^2/2}{R^2 + (\omega L)^2}\omega L$$

Por tanto: $P_{ac} = Q \Leftrightarrow R = \omega L \Leftrightarrow \boxed{\omega = \frac{R}{L}}$