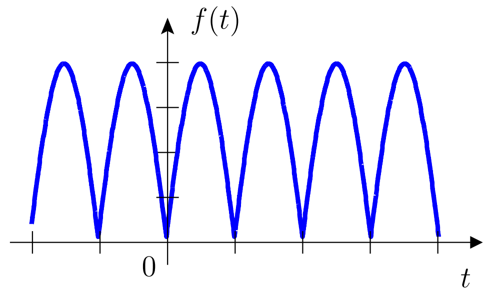
NOMBRE: *Solución* JYE/JGF – 23 de marzo de 2022

ELO102 – S1 2022 – Control #1

Problema 1 *La figura muestra una señal sinusoidal* ***rectificada****:*

$$f(t) = |A\,\text{sen}(\omega t)|$$



(a) Determine el período de la señal,

(b) Determine el valor medio de la señal en un período,

(c) Determine el valor efectivo (o RMS) de la señal en un período, y

(d) Determine y grafique $g(t) = \dfrac{d\,f(t)}{dt}$.

Solución:

(a) Note que el período de la señal sinusoidal es $\dfrac{2\pi}{\omega}$, por tanto el período de la señal rectificada es la mitad del de la señal original, es decir $T = \frac{\pi}{\omega}$.

(b) El valor medio de la señal en un período está dado por

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt \\ &= \frac{A\omega}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \sin(\omega t)dt = \frac{A\omega}{\pi}\left[-\frac{\cos(\omega t)}{\omega}\right]_0^{\frac{\pi}{\omega}} = \frac{A}{\pi}\left[-\cos(\frac{\pi}{\omega}\omega) + cos(0)\right] \\ \Rightarrow \qquad \bar{f} &= \frac{2A}{\pi} \end{aligned}$$

(c) El valor efectivo (o RMS) de la señal en un período está dado por

$$\begin{aligned} f_{RMS} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt} \\ &= \sqrt{\frac{A^2\omega}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \text{sen}^2(\omega t)dt} = \sqrt{\frac{A^2\omega}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \frac{(1-\cos(2\omega t))}{2}dt} = \sqrt{\frac{A^2\omega}{\pi}\frac{\pi}{2\omega}} \\ \Rightarrow \qquad f_{RMS} &= \frac{A}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

(d) Para obtener la derivada consideramos $f(t)$ en un periodo, dado que es una señal periódica. Es decir,

$$g(t) = \frac{d\,f(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[A\,\text{sen}(\omega t)\right] = A\omega\cos(\omega t)$$

para $0 < t < \frac{\pi}{\omega}$ y se repite periódicamente con periodo $T = \frac{\pi}{\omega}$, como se muestra en la figura.