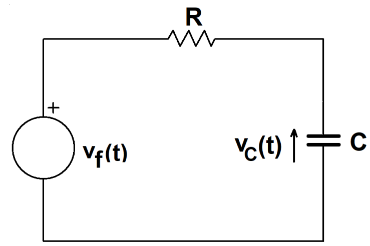
NOMBRE: Solución JYE/JGF – 26 de julio de 2022

ELO102 – S1 2022 – Examen

Problema 1 *En la red de la figura, el condensador se encuentra inicialmente descargado $v_C(0) = 0$ y la fuente es de voltaje es una rampa $v_f(t) = 2r(t-1)$.*

- *Determine el voltaje en el condensador $v_C(t)$ para $t \geq 0$.*



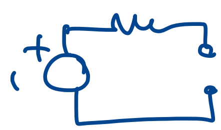
- La red es un sistema lineal e invariante en el tiempo, por tanto, la respuesta a rampa puede obtenerse a partir de la respuesta a un escalón unitario

$$T\langle \mu(t),\ c.i.=0\rangle = f(t) \quad \text{para } t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad T\langle 2r(t-1),\ c.i.=0\rangle = 2\int_0^t f(x)\,dx \Big|_{t-1} \quad \text{para } t \geq 1$$

- La respuesta a escalón unitario del circuito RC es la solución con fuente constante y condiciones iniciales cero:

$$v_c(t) = v_c(\infty) + (v_c(0) - v_c(\infty))\, e^{-t/\tau}$$

en que $v_c(0) = 0$

$v_c(\infty) = 1$ pues  $v_c(\infty) = 1$

y $\tau = RC$

$$\Rightarrow v_c(t) = 1 - e^{-t/\tau} \quad \text{para } t \geq 0$$

- Por tanto la respuesta a rampa $v_f(t) = r(t)$ es

$$v_c(t) = \int_0^t (1 - e^{-x/\tau})\,dx = \left[x - \tau e^{-x/\tau}\right]_0^t$$

$$= t - \tau e^{-t/\tau} + \tau \quad \text{para } t \geq 0$$

Si ahora $v_f(t) = 2r(t-1)$

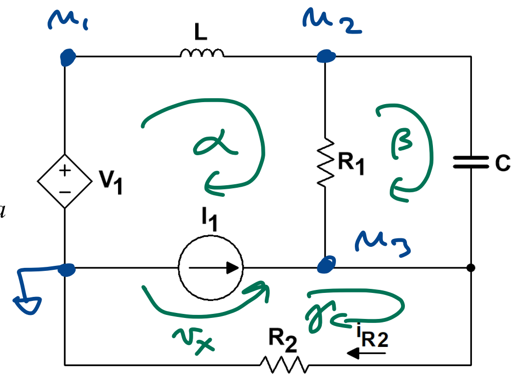
$$v_c(t) = 2\left[(t-1) - \tau e^{-\frac{(t-1)}{\tau}} + \tau\right] \quad \text{para } t \geq 1$$

NOMBRE: Solución　　　　JYE/JGF – 26 de julio de 2022

ELO102 – S1 2022 – Examen

Problema 2 *Considere la red de la figura en que $V_1(t) = K\, i_{R_2}(t)$*

- *Determine un sistema de ecuaciones consistente que permita analizar la red.*



i) Mediante voltajes de nodo:

LCK en n_1: —　　　($v_1(t)$ es incógnita)

en n_2: $\frac{1}{L}\int (v_{n2} - v_1) + \frac{v_{n2} - v_{n3}}{R_1} + C\frac{d}{dt}(v_{n2} - v_{n3}) = 0$

en n_3: $\frac{v_{n3} - v_{n2}}{R_1} + C\frac{d}{dt}(v_{n3} - v_{n2}) + \frac{v_{n3}}{R_2} = I_1$

además $v_1(t) = K\, i_{R2}(t)$

$i_{R2}(t) = \frac{v_{n3}}{R_2}$

4 ecuaciones l.i. / 4 incógnitas: $\{v_1, v_{n2}, v_{n3}, i_{R2}\}$

ii) Mediante corrientes de malla:

LVK en α: $-v_1(t) + L\frac{d}{dt} i_\alpha + R_1(i_\alpha - i_\beta) + v_x = 0$

β: $R_1(i_\beta - i_\alpha) + \frac{1}{C}\int i_\beta = 0$

γ: $-v_x + R_2\, i_\gamma = 0$

Además $v_1 = K\, i_\gamma$

$I_1 = i_\gamma - i_\alpha$

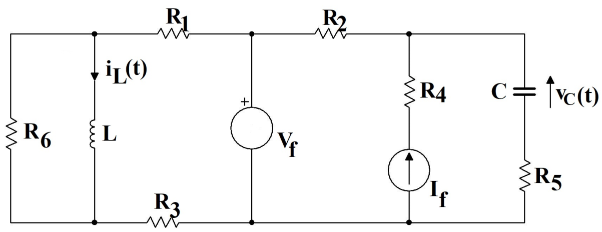
5 ecs. l.i. / 5 incógnitas: $\{i_\alpha, i_\beta, i_\gamma, v_1, v_x\}$

NOMBRE: Solución JYE/JGF – 26 de julio de 2022

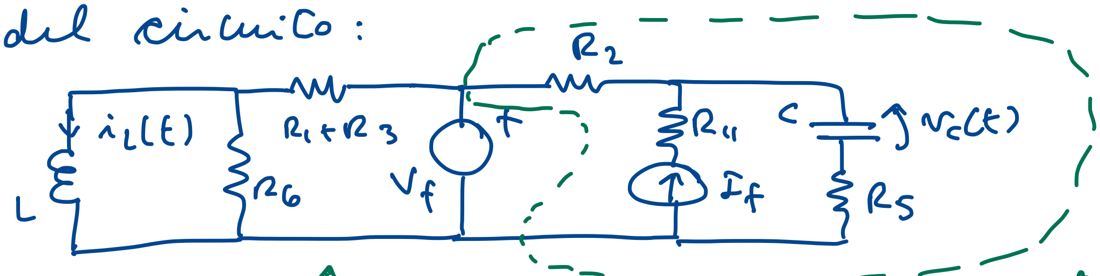
ELO102 – S1 2022 – Examen

Problema 3 *En la red de la figura, $v_C(0) = V_0$, $i_L(0) = I_0$ y ambas fuentes son constantes.*

- *Determine $i_L(t)$ o determine $v_C(t)$, para $t \geq 0$*



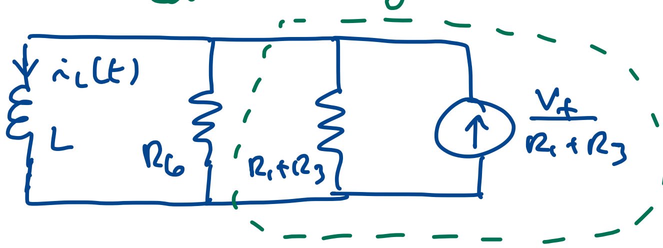
i) Para obtener $i_L(t)$ se aplican equivalencias al resto del circuito:



• Se puede combinar R_1 y R_3

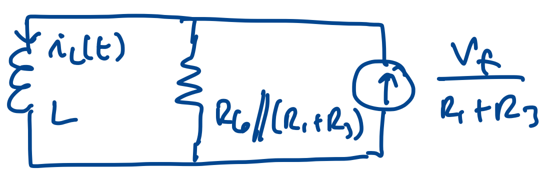
• Redundante por estar en paralelo con fuente de voltaje

$\triangleq$



• donde se aplicó transformación de fuentes.

$\triangleq$



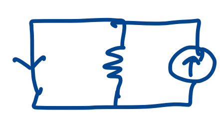
• Es un circuito RL con fuente constante.

$$i_L(t) = i_L(\infty) + (i_L(0) - i_L(\infty))\, e^{-t/\tau}$$

en que $\quad i_L(0) = I_0$

$$i_L(\infty) = \frac{V_f}{R_1+R_3}$$

pues en e.e. el inductor equivale a un corto circuito:



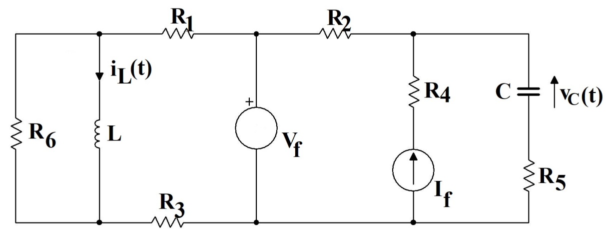
$$\tau = \frac{L}{R_6 // (R_1+R_3)}$$

NOMBRE: Solución

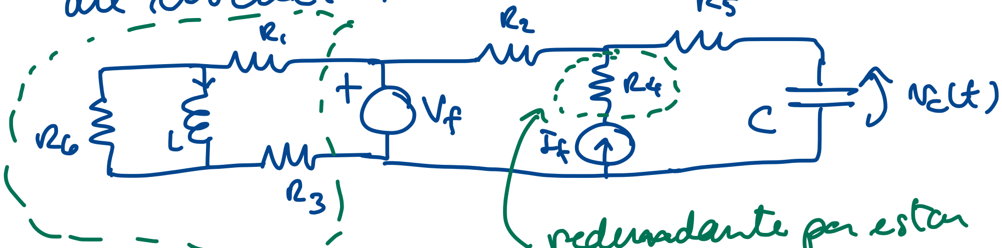
ELO102 – S1 2022 – Examen

Problema 3 *En la red de la figura, $v_C(0) = V_0$, $i_L(0) = I_0$ y ambas fuentes son constantes.*

- *Determine $i_L(t)$ o determine $v_C(t)$, para $t \geq 0$*

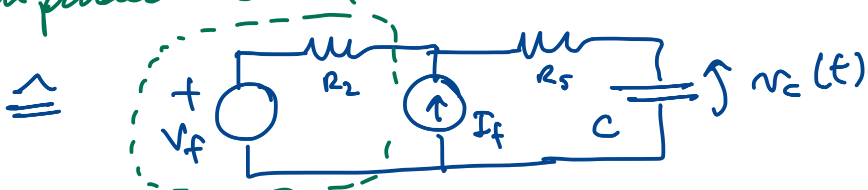


ii) Para obtener $v_c(t)$ se aplican equivalencias al resto del circuito:

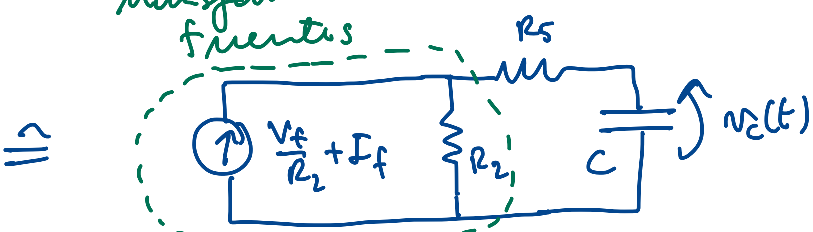


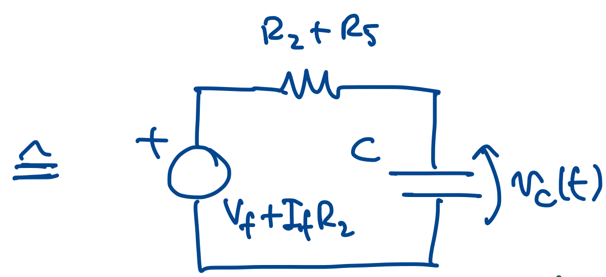
redundante por estar en paralelo con V_f

redundante por estar en serie con I_f



transformación de fuentes





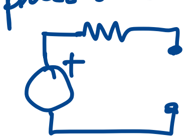
de nuevo transformación de fuentes

Circuito RC con fuente constante:

$$v_c(t) = v_c(\infty) + (v_c(0) - v_c(\infty))e^{-t/\tau}$$

en que:
$$\begin{cases} v_c(0) = V_0 \\ v_c(\infty) = V_f + I_f R_2 \\ \tau = (R_2 + R_5) C \end{cases}$$

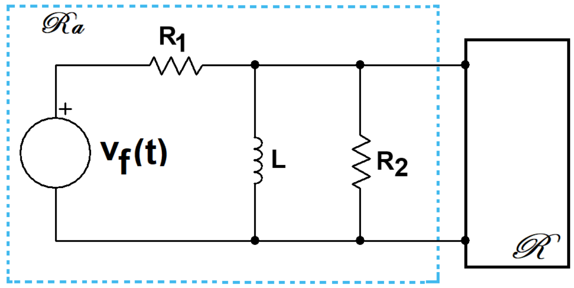
pues en e.e.



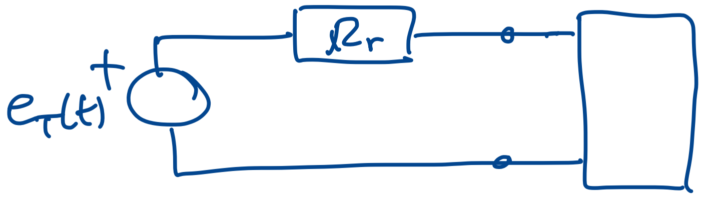
ELO102 – S1 2022 – Examen

Problema 4 *En la red de la figura, $v_f(t) = A\cos(\omega t + \alpha)$*

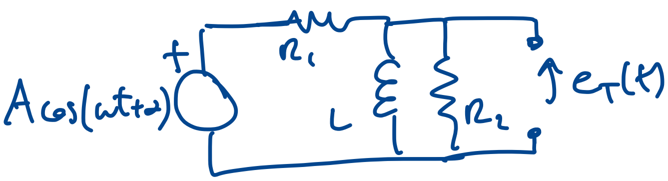
- *Determine el equivalente Thévenin en estado estacionario de la red $\mathscr{R}_a$.*



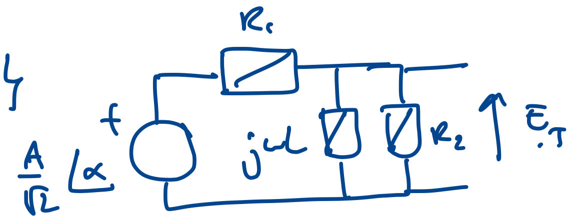
El equivalente Thévenin es de la forma



$e_T(t)$ | Calculamos el voltaje de circuito abierto de $\mathscr{R}_a$ en estado estacionario:



Pd. 4



$$\dot{E}_T = \frac{j\omega L // R_2}{R_1 + j\omega L // R_2} \cdot \frac{A}{\sqrt{2}}\angle\alpha$$

$$= \frac{j\omega L R_2 \frac{A}{\sqrt{2}}\angle\alpha}{R_1(j\omega L + R_2) + j\omega L R_2}$$

$$\Rightarrow e_T(t) = |\dot{E}_T| \cos(\omega t + \measuredangle \dot{E})$$

en que $$|\dot{E}_T| = \frac{\omega L R_2 A}{\sqrt{(R_1 R_2)^2 + (\omega L (R_1+R_2))^2}}$$

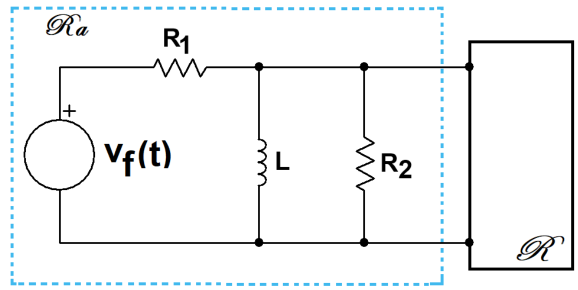
y $$\measuredangle \dot{E}_T = \frac{\pi}{2} + \alpha - \text{Arctg}\left(\frac{\omega L(R_1+R_2)}{R_1 R_2}\right)$$

NOMBRE: Solución

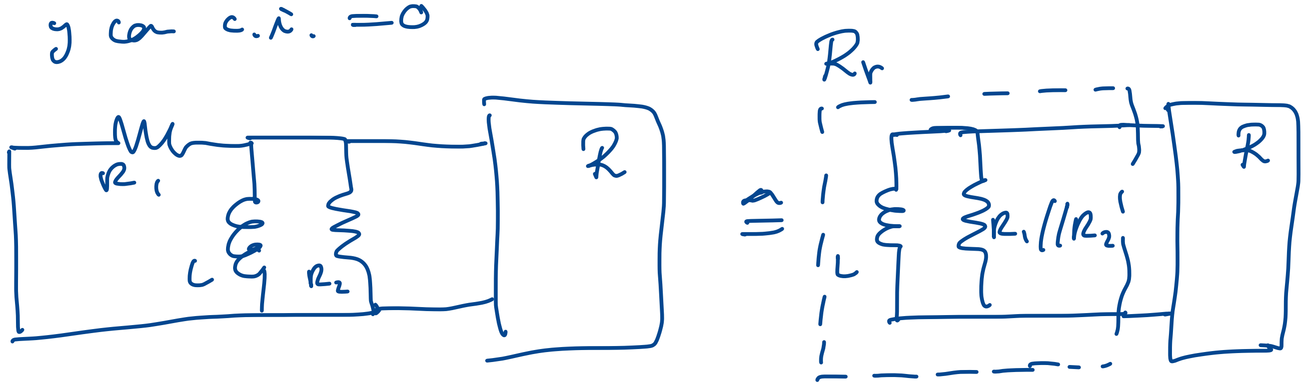
ELO102 – S1 2022 – Examen

Problema 4 *En la red de la figura, $v_f(t) = A\cos(\omega t + \alpha)$*

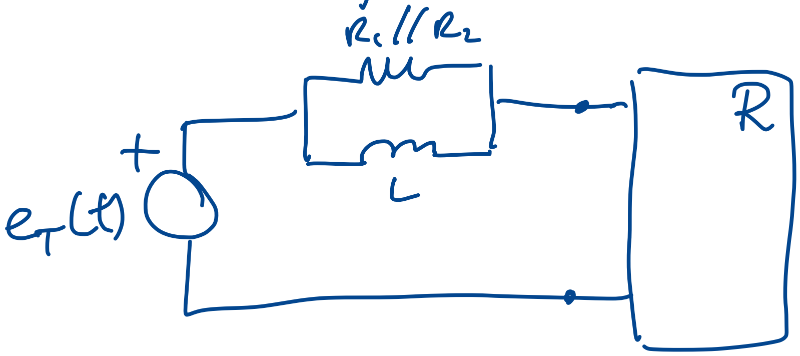
- *Determine el equivalente Thévenin en estado estacionario de la red $\mathscr{R}_a$.*



$\boxed{R_r}$ La red relajada se obtiene apagando la fuente y con c.i. = 0



Por tanto el equivalente Thévenin en e.e. es:



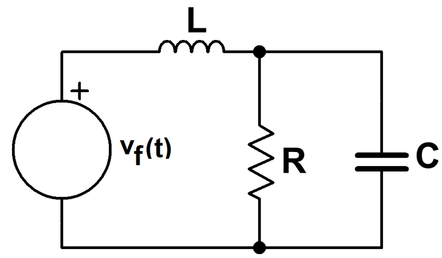
NOMBRE: Solución

ELO102 – S1 2022 – Examen

Problema 5 *Considere la red de la figura, en que*

$$v_f(t) = A\cos(\omega t + \alpha)$$

- *Determine para qué frecuencia* ω *la fuente solo entrega potencia activa.*



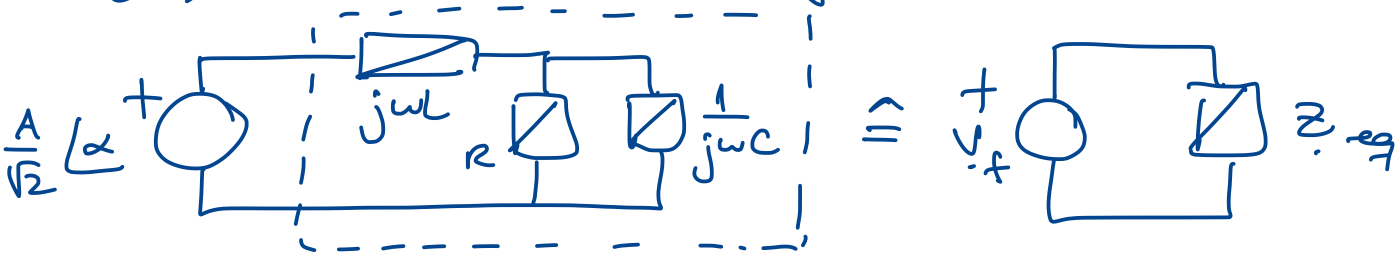
- Para que la fuente sólo entregue potencia activa se requiere que su ángulo sea cero:

$$P_{ap} = P_{ac} + jQ \Rightarrow \quad Q = 0 \Leftrightarrow \measuredangle P_{ap} = 0$$

- El ángulo de la potencia compleja aparente es el ángulo de la impedancia equivalente:

$$\measuredangle P_{ap} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \measuredangle Z_{eq} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{Im}\{Z_{eq}\} = 0$$

- En el dominio de la transformada fasorial:



en que

$$Z_{eq} = j\omega L + R \,//\, \frac{1}{j\omega C}$$

$$= j\omega L + \frac{R}{(1+j\omega RC)}\frac{(1-j\omega RC)}{(1-j\omega RC)}$$

$$= \frac{R}{1+(\omega RC)^2} + j\underbrace{\left[\omega L - \frac{\omega R^2 C}{1+(\omega RC)^2}\right]}_{\mathrm{Im}\{Z_{eq}\}=0}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\omega = 0}$$