Control Automático I - ELO270

Ayudantía 2

Problema 1

Considere un sistema de tiempo continuo descrito por el modelo:

$$\frac{dy(t)}{dt} + \sqrt{y(t)} = \frac{(u(t))^2}{3} \quad (1)$$

Suponga que la entrada $u(t)$ varía alrededor de $u = 2$.

- Encuentre el punto de equilibrio del sistema y un modelo linealizado en torno a él.
- Determine la función de transferencia del nuevo sistema, en especial observe la estabilidad.

Problema 2

Considere un sistema con entrada $u(t)$ y salida $y(t)$, donde el modelo de entrada-salida está dado por:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + (0,2 + y(t))\frac{dy(t)}{dt} + (y(t))^3 = \left(2\frac{du(t)}{dt} + u(t)\right)^3 \quad (2)$$

- Determine qué condiciones deben satisfacer los puntos de operación y los puntos de equilibrio del sistema.
- Obtenga un modelo linealizado para un punto de equilibrio arbitrario (que se pueda lograr).
- Analice la estabilidad del sistema linealizado.

Problema 3

Sistema predador-presa (Lotka-Volterra). Considere el sistema de ecuaciones diferenciales no-lineales, que describe la dinámica de una población de conejos ($c(t) \geq 0$) y de zorros ($z(t) \geq 0$):

$$\frac{dc(t)}{dt} = \alpha c(t) - \beta c(t)z(t) \quad (3)$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = -\gamma z(t) + \delta c(t)z(t) \quad (4)$$

en que los parámetros $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ son positivos.

- Determine todos los puntos de equilibrio del sistema de ecuaciones.
- Obtenga el sistema linealizado en torno a cada uno de los puntos de equilibrio anteriores.
- Estudie y compare el tipo de soluciones del sistema linealizado en cada uno de los puntos de equilibrio.
- Elija algún valor para los parámetros, y simule el sistema original y el sistema linealizado en torno a cada punto de equilibrio, representando la solución en el plano $(c(t); z(t))$.