

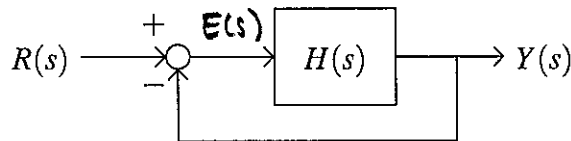
Solución

ELO270 – S2 2014 – Control #1 – 27 de agosto de 2014

Problema 1.1 Un sistema lineal e invariante tiene función transferencia

$$H(s) = \frac{0,2s + 2}{s^2 + s + 1}$$

- (a) Determine la ecuación diferencial, los polos y los ceros del sistema.
- (b) Haga un gráfico lo más detallado posible y cualitativamente correcto de la respuesta a escalón del sistema.
- (c) Determine el diagrama de Bode del sistema.
- (d) Determine la respuesta estacionaria a una entrada $u(t) = \cos(t)$.
- (e) Si el sistema se realimenta como en la figura, determine la función transferencia entre la referencia $R(s)$ e $Y(s)$.



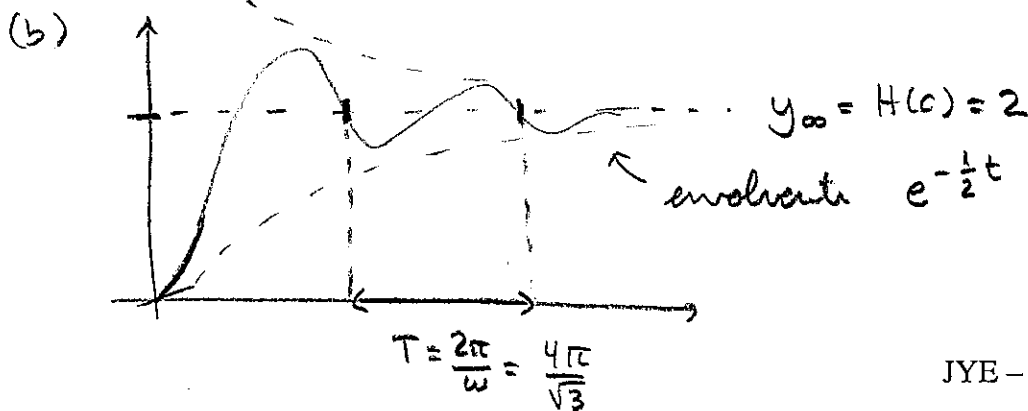
(a) EDS: $H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \Big|_{c.i.=0} \Rightarrow s^2 Y + sY + Y = 0,2sU + 2U$

$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + y = 0,2 \frac{du}{dt} + 2u}$

polos: $s^2 + s + 1 = 0$

$$s = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

ceros: $0,2s + 2 = 0 \Rightarrow s = -10$



JYE – 27 de agosto de 2014

$y(0_+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{H(s)}{s} = 0$

valor
inicial

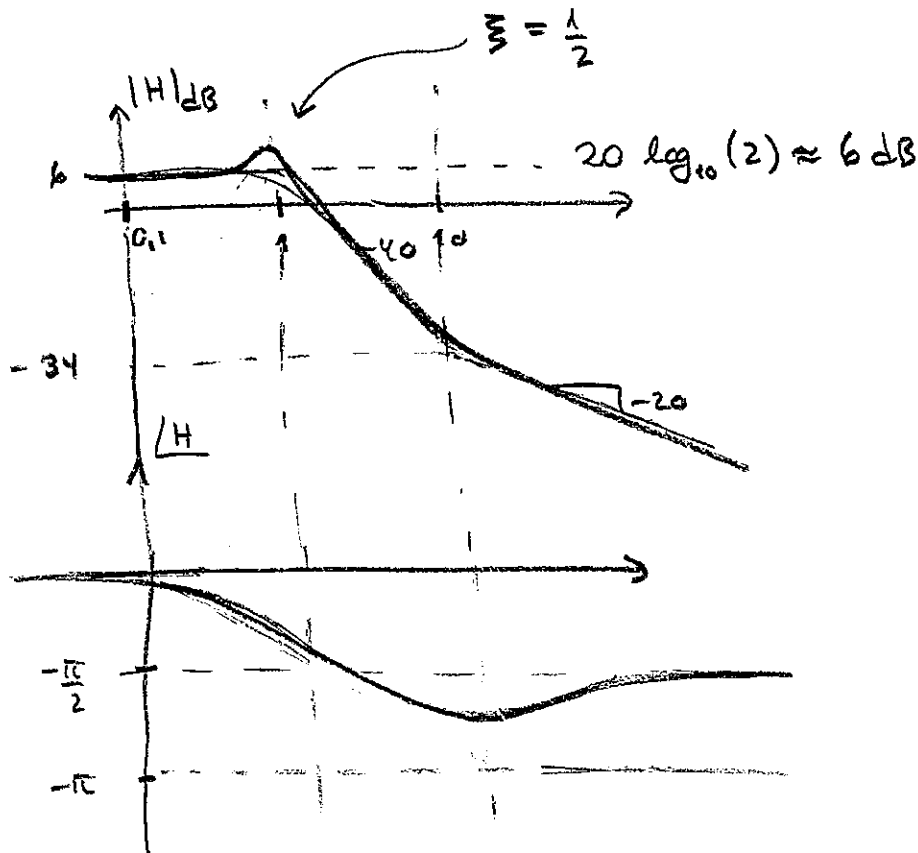
$y'(0_+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \left(\frac{H(s)}{s} \right) = 0,2$

pendiente
inicial

(c) Bode: $H(j\omega) = \frac{2 \left(\frac{j\omega}{10} + 1 \right)}{(j\omega)^2 + 2\zeta(j\omega) + 1}$

$f_{\text{centro ceros}} : 10$

$f_{\text{centro polos}} : 1$



(d) Evaluamos $H(j1) = \frac{0,2j + 2}{j^2 + j + 1} = 0,2 - 2j$

$$|H(j)| = \sqrt{0,04 + 4} \approx 1,99$$

$$\angle H(j) = \text{Arctg}\left(\frac{-2}{0,2}\right) = \text{Arctg}(-10)$$

$$\Rightarrow y(t) = 1,99 \cos(t + \text{Arctg}(-10))$$

(e) De la figura

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$Y(s) = H(s) E(s)$$

$$\Rightarrow Y(s) = H(s) (R(s) - Y(s))$$

$$\Rightarrow \frac{H(s)}{1 + H(s)} = \frac{0,2s + 2}{s^2 + 1,2s + 3}$$

$$Y(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)} R(s)$$