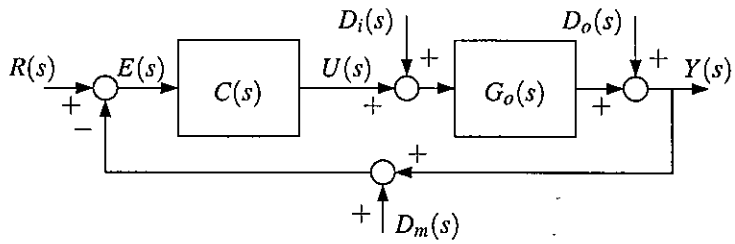
Solución

ELO270 – S2 2014 – Control #3 – 30 de septiembre de 2014



Problema 3.1 *En el lazo de control con un grado de libertad (en la figura) el controlador y el modelo nominal de la planta son, respectivamente,*

$$C(s) = K_p \frac{s+p_o}{s+\ell_o} \qquad G_o(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s-1)}$$

(a) Determine el polinomio de lazo cerrado

(b) Determine la sensibilidad de control S_{uo}

(c) Determine las condiciones que debe cumplir K_p, ℓ_o y p_o de manera que

- *el lazo sea internamente estable y que*
- *se compensen perfectamente perturbaciones de salida constantes*

(d) Proponga un controlador $C(s)$ que satisfaga las condiciones anteriores y determine el ancho de $T_o(s)$.

(a) $A_{cl} = A_o L + B_o P = (s+1)(s-1)(s+\ell_o) + K_p(s+p_o)(s+2)$

(b) $S_{uo}(s) = \dfrac{C}{1+G_oC} = \dfrac{A_o P}{A_{cl}} = \dfrac{(s+1)(s-1)K_p(s+p_o)}{A_{cl}(s)}$

(c) Para compensar perturbaciones de salida en e.e. $S_o(0) = 0$

Para ello es suficiente que $C(0) = \infty \Rightarrow \boxed{\ell_o = 0}$

Para estabilidad, se analiza el polinomio de lazo cerrado

$$A_{cl} = s(s+1)(s-1) + K_p(s+p_o)(s+2)$$
$$= s^3 - s + K_p(s^2 + (2+p_o)s + 2p_o)$$
$$= s^3 + K_p s^2 + (K_p(2+p_o) - 1)s + 2K_p p_o$$

Routh:

$$\begin{array}{lll}
s^3 & 1 & K_p(2+p_0)-1 \\
s^2 & K_p & 2K_p p_0 \\
s & \gamma_{31} & 0 \\
1 & 2K_p p_0 &
\end{array}$$

en que

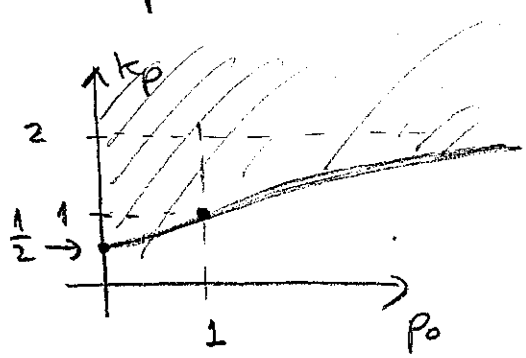
$$\gamma_{31} = \frac{1}{\cancel{K_p}}\left(\cancel{K_p}\left(K_p(2+p_0)-1\right) - 2\cancel{K_p} p_0\right)$$

$$= K_p(2+p_0) - 1 - 2p_0$$

Condiciones $K_p > 0$

$$\gamma_{31} = K_p(2+p_0)-1-2p_0 > 0 \iff K_p > \frac{2p_0+1}{p_0+2}$$

$$2K_p p_0 > 0 \implies p_0 > 0$$



(d) Por ejemplo $p_0 = 1$

$K_p = 2$

$$\implies C(s) = 2\,\frac{s+1}{s}$$

$$\implies T_0(s) = \frac{G_0 C}{1+G_0 C} = \frac{2\frac{s+2}{(s-1)s}}{1+2\frac{s+2}{(s-1)s}} = \frac{2(s+2)}{s^2+s+4} \leftarrow \omega_c \approx 2\left[\frac{rad}{s}\right]$$

polos de lazo cerrado en $s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}-4} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{1}{2}\sqrt{15}$