Solución

ELO270 – S2 2014 – Control #4 – 5 de noviembre de 2014

Problema 4.1 *Considere un lazo de control en que*

$$C(s) = \frac{2s+1}{s} \qquad G_o(s) = \frac{1}{s-1}$$

(a) *Haga los diagramas de Bode y de Nyquist de la transferencia nominal de lazo abierto.*

(b) *Determine si el lazo* **nominal** *es internamente estable.*

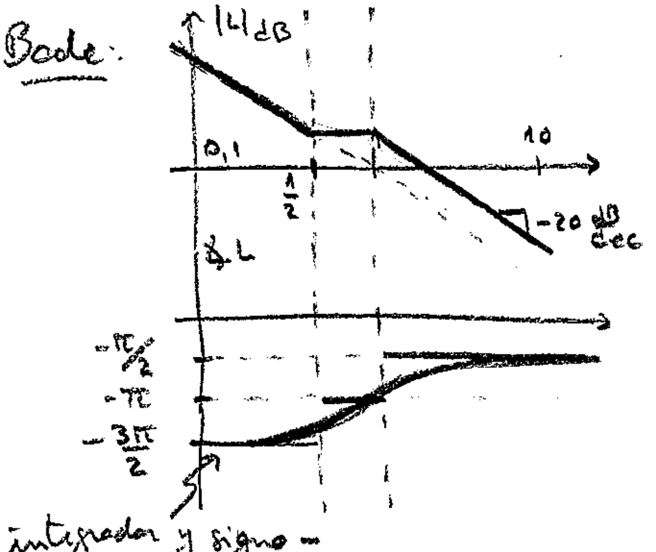
(c) *Si $G(s) = e^{-0{,}2s}G_o(s)$, determine si el lazo* **verdadero** *es internamente estable. Fundamente claramente su respuesta.*

(a) La transferencia de lazo abierto, en la forma de Bode, es

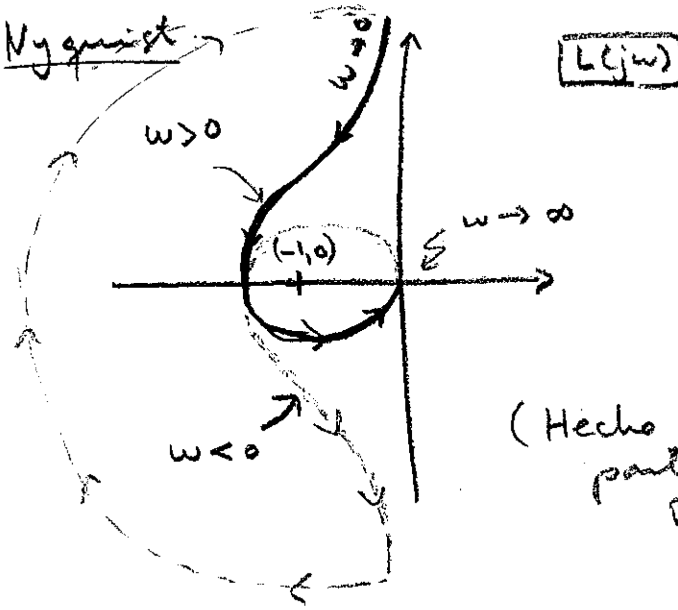
$$L(s) = G_o(s)\,C(s) = \frac{-\left(\frac{s}{1/2}+1\right)}{s\,(-s+1)}$$

Las frecuencias de corte son $\omega_{c1} = 1/2$ y $\omega_{c2} = 1$

Bode:



Nyquist



(Hecho a partir del Bode)

(b) En el diagrama de Nyquist, se observa que si se evalúa $L(\varepsilon) = \frac{2\varepsilon+1}{\varepsilon(\varepsilon-1)} < 0$ ($0 < \varepsilon \ll 1$). Por tanto el Nyquist da la vuelta por ∞ por el lado izquierdo.

Esto implica que $N = -1$ (una vuelta en sentido antihorario) y $P = 1$ (un polo inestable en $L(s)$) $\Rightarrow Z = N + P = 0$ ¡no hay polos de lazo cerrado inestables!

* Si se calcula $A_{cl}(s) = s^2 + s + 1 \Rightarrow s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$ ¡lazo estable!

$\boxed{\text{Solución}}$

ELO270 – S2 2014 – Control #4 – 5 de noviembre de 2014

Problema 4.1 *Considere un lazo de control en que*

$$C(s) = \frac{2s+1}{s} \qquad G_o(s) = \frac{1}{s-1}$$

(a) Haga los diagramas de Bode y de Nyquist de la transferencia nominal de lazo abierto.

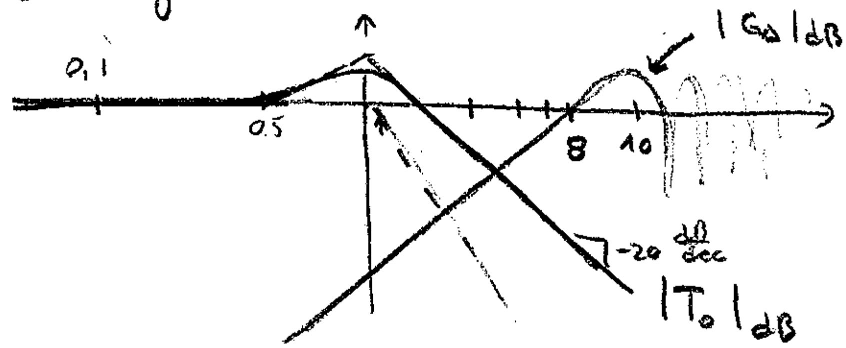
(b) Determine si el lazo **nominal** *es internamente estable.*

(c) Si $G(s) = e^{-0,2s}G_o(s)$, determine si el lazo **verdadero** *es internamente estable. Fundamente claramente su respuesta.*

(c) Si $G(s) = e^{-0,2s}G_o(s) \Rightarrow \boxed{G_\Delta(s) = 1 - e^{-0,2s}}$

Por su parte $T_o(s) = \dfrac{G_oC}{1+G_oC} = \dfrac{2s+1}{s^2+s+1}$ ← cero simple ← polos conjugados

Bode de Magnitud:



$$|1 - e^{-0,2j\omega}| = 1 \Leftrightarrow |1 - \cos(0,2\omega)|^2 + |\operatorname{sen}(0,2\omega)|^2 = 1$$

primera solución $\Rightarrow$ $0,2\,\omega = \dfrac{\pi}{2}$

$\omega = \dfrac{5\pi}{2} \approx 8 \; [\tfrac{rad}{s}]$

Por tanto se cumple la condición

$$|T_o|\,|G_\Delta| < 1 \qquad \forall \omega$$

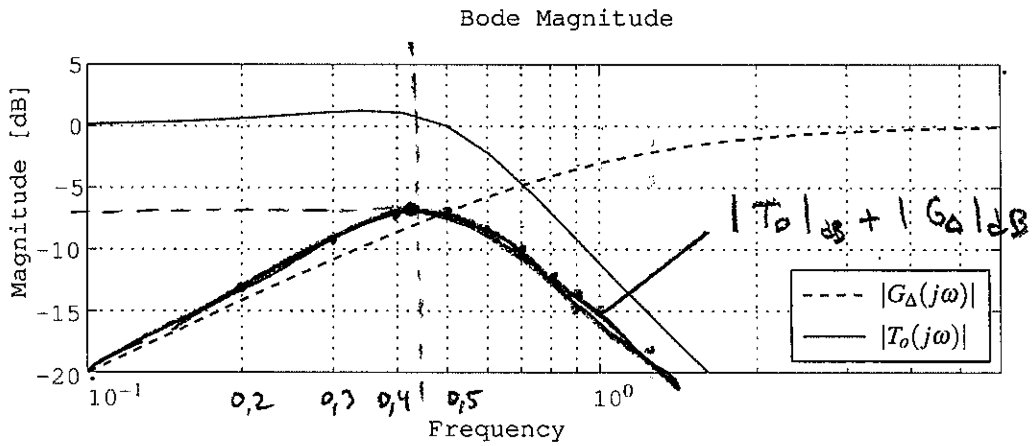
pues $|T_o|_{dB} + |G_\Delta|_{dB} < 0 \qquad \forall\omega$

$\boxed{\text{Solución}}$

Problema 4.2 *En la figura se muestra el diagrama de magnitud de la sensibilidad nominal complementaria $T_o(s)$ y del error de modelado multiplicativo $G_\Delta(s)$ de un lazo de control dado.*

(a) *Si el lazo nominal es internamente estable y $G(s)$ tiene el mismo número de polos inestables que $G_o(s)$ ¿se puede asegurar que el lazo* **verdadero** *es internamente estable?*

(b) *En base a la figura establezca cotas para la magnitud de la sensibilidad $|S(j\omega)|$ en función de la sensibilidad nominal $|S_o(j\omega)|$.*



(a) Del gráfico se aprecia que

$$|G_\Delta|_{dB} + |T_o|_{dB} < 0 \quad \forall \omega$$

$$\iff \quad |G_\Delta||T_o| < 1 \quad \forall \omega$$

Por tanto si el lazo nominal es estable entonces el lazo real también lo es.

(b) El gráfico muestra que el máximo de $|T_o|_{dB} + |G_o|_{dB}$ se produce para $\omega \in [0,4; 0,5]$ y alcanza $\approx -6\,dB$

$$\Rightarrow |T_o||G_\Delta| < \frac{1}{2} \quad \forall \omega$$

Sabemos que $S = S_o \dfrac{1}{1+T_o G_\Delta} \Rightarrow \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}} |S_o| \leq |S| \leq \dfrac{1}{1-\frac{1}{2}} |S_o|$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{3}|S_o| \leq |S| \leq 2\,|S_o|$$