

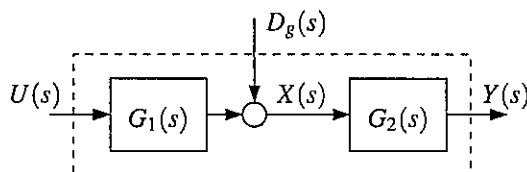
ELO270 – S2 2015 – Control #6 – 13 de enero de 2016

Problema 6.1 (20 puntos) Considere una planta representada esquemáticamente por la figura más abajo en que

$$G_1(s) = \frac{4e^{-0.1s}}{s-2} \quad G_2(s) = \frac{-\alpha s + 1}{s}$$

Se sabe que la perturbación tiene energía en la banda de 0 a 5 [rad/s] y que el parámetro de $G_2(s)$ está en el intervalo $0.1 < \alpha < 0.2$

Se debe elegir entre medir la perturbación $d_g(t)$ o bien medir la señal $x(t)$ (sin ruido apreciable en cada uno de los dos casos). Diseñe un sistema de control en cada uno de los dos casos descritos y determine qué arquitectura de control es más conveniente de usar. Fundamente claramente su respuesta.



De la información disponible se desprender varios criterios de diseño

- 1) polo inestable en $s=2 \Rightarrow$ Ancho de banda del lazo mayor que $2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ para reducir overshoot

- 2) retardo de 0.1 seg $\Rightarrow$ Se puede despreciar (o aproximar por Pade)
El error de modelado (en ambos casos) sugiere elegir ancho de banda del lazo menor que $10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

- 3) cero de fase no mínima en $5 < \frac{1}{\alpha} < 10 \Rightarrow$ Ancho de banda del lazo menor que $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ para reducir el undershoot.

- 4) El integrador en $G_2(s)$ establece que, si el controlador tiene integración, entonces es inevitable el overshoot (no hay criterio claro sobre el impacto en el ancho de banda)

- 5) Si la perturbación $d_g(t)$ tiene energía de 0 a $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$ el ancho de Banda del lazo debe ser mayor que $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Notar que los requisitos/criterios de diseño 3) y 5) no pueden satisfacerse con un esquema de control de un grado de libertad. A continuación se diseñan ^{un}esquemas de control con prealimentación de la perturbación y otro con control en cascada.

I) Preliminary of the perturbation:

(2)

- H_{ff} debe ser un buen inverso (aproximado) de G_1 en el banda de 0 a $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- No puede inventarse el retardo presente en G_1

$$\therefore \text{Se propone } H_{ff}(s) = -\frac{(s-2)}{4(\tau s+1)} \text{ en que } \tau < \frac{1}{5}$$

En segunda lugar el controlador $C(s)$ se diseña por asignación de polos, despreciando el retardo en G_1 , pero escogiendo un ancho de banda MENOR que 5 rad/s (por el cero de FNM presente en G_2) pero MAYOR que 2 rad/s (por el polo inestable en G_1)

$$A_0 L + B_0 P = A_0 I$$

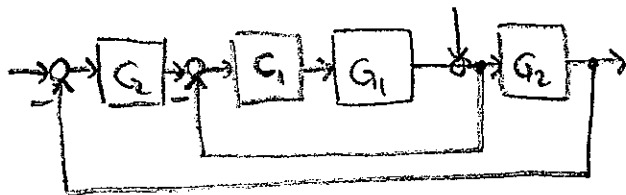
$$G_0 = \frac{B_0}{A_0} = \frac{4(\alpha s+1)}{(s-2)s} \quad \begin{matrix} m=2 \\ r=1 \text{ (integración en } C) \\ \Rightarrow m_c=2 \end{matrix}$$

$$(s-2)s(s(s+b_0)) + 4(-\alpha s+1)(p_2 s^2 + p_1 s + p_0) = (s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)(s+5)^2$$

$$\text{De donde se obtiene } C(s) = \frac{p_2 s^2 + p_1 s + p_0}{s(s+b_0)}$$

$$\begin{matrix} \omega_n = 3 \\ \zeta = 0.75 \end{matrix}$$

II) Control in Cascade:



$G_1(s)$ lazo interno se diseña por asignación de polos con ancho de banda MAYOR que $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (por la perturbación), pero MENOR que $10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (porque se desprecia el retardo)

$$\therefore G_1(s) = \frac{4}{s-2} \quad \begin{matrix} m=1 \\ r=1 \end{matrix} \Rightarrow m_c=1 \Rightarrow C(s) = \frac{p_1 s + p_0}{s}$$

$$A_0 L + B_0 P = A_0 I \Leftrightarrow (s-2)s + 4(p_1 s + p_0) = \underbrace{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}_{\begin{matrix} \zeta = 0.75 \\ \omega_n = 8 \end{matrix}}$$

$$\dots \text{Donde se obtiene } C_1(s) = \frac{7s+16}{s}$$

En el lazo externo, C_2 se diseña para obtener ancho de banda MENOR que $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, por el cero en el SPD en $G_2(s)$



$$\text{en que } T_{01} = \frac{4(p_1 s + p_0)}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad \begin{matrix} m=3 \\ r=1 \text{ (integración)} \\ \Rightarrow m_c=3 \end{matrix}$$

$$G_2 = -\frac{\alpha s+1}{s}$$

$$C_2(s) = \frac{\tilde{p}_3 s^3 + \tilde{p}_2 s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0}{s(s^2 + \tilde{d}_1 s + \tilde{d}_0)}$$

$$\tilde{A}_0 L + \tilde{B}_0 P = A d_2$$

(3)

$$\underbrace{(s^2 + 2\tilde{z}_{rms} + \tilde{w}_m)}_{\text{datos}} s^2 (s^2 + \tilde{l}_1 s + \tilde{l}_0) + \underbrace{4(p_1 s + p_0)(-\alpha s + 1)}_{\text{datos}} (\tilde{p}_3 s^3 + \tilde{p}_2 s^2 + \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0) =$$

$$(s^2 + 2 \cdot 0.75 \cdot 3s + 3^2)$$

$$(s + 5)(s + 7)(s + 9)$$

¿Cuál esquema es más conveniente de usar?

AMBOS esquemas dejan tomar en cuenta los requisitos de diseño.

Se puede argumentar que para compensar las perturbaciones, es más efectivo hacerlo en cascada pues H_{ff} no deja invertir el retardo en G_1 .

(Se podrían calcular las sensibilidades obtenidas en ambos casos:

$$I) \frac{Y}{D_g} = \frac{G_2 (1 + H_{ff} G_1)}{1 + G_1 G_2 C} \quad \text{en que } G_1 H_{ff} = \frac{-e^{-0.15}}{\tau s + 1}$$

$$II) \frac{Y}{D_g} = \frac{S_1 G_2}{1 + T_1 G_2 C_2} = \frac{G_2}{1 + G_1 C_1 + G_1 G_2 C_1 C_2}$$

... y de este forme comparar los diseños obtenidos)